Inferenza nel campionamento da distribuzione normale

ESERCITAZIONE 3

1. La seguente tabella riporta la temperatura (in gradi Celsius) prevista $\hat{Y}$ e la temperatura effettivamente rilevata Y in dieci giorni nel mese di luglio:

y_i	$\hat{y}_i$	$x_i = y_i - \hat{y}_i$
30,5	31,3	-0,8
32,2	32	0,2
33,8	34,1	-0,3
34,9	35,5	-0,6
36,4	36	0,4
34,2	34,1	0,1
29,1	30	-0,9
28,7	28,3	0,4
29,1	29,3	-0,2
29,7	29,1	0,6

Supponendo che gli errori di previsione $x_i = y_i - \hat{y}$ siano realizzazioni di variabili casuali normali indipendenti e identicamente distribuite di media μ e scarto quadratico medio σ, si calcoli:

a) l'intervallo di confidenza al 99% per la media μ dell'errore di previsione nel caso in cui lo scarto quadratico medio σ sia noto e pari a 0,55 e nel caso in cui non sia noto.
b) Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \mu = 0$ contro l'alternativa $H_1 : \mu < 0$ nei due casi σ noto (pari a 0,55) ed ignoto (si fissi l'ampiezza del test ponendo $\alpha = 0{,}05)$.
c) Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \mu = 0$ contro l'alternativa $H_1 : \mu \neq 0$ nei due casi σ noto (pari a 0,55) ed ignoto (si fissi l'ampiezza del test ponendo $\alpha = 0{,}05)$.
d) l'intervallo di confidenza al 99% per lo scarto quadratico medio σ dell'errore di previsione nel caso in cui la media μ dell'errore di previsione sia pari a 0 e nel caso in cui la media μ sia ignota.
e) Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \sigma = 0{,}125$ contro l'alternativa $H_1 : \sigma > 0{,}125$ nei due casi μ nota (pari a 0) ed ignota (si fissi l'ampiezza del test ponendo $\alpha = 0{,}05)$.
f) Si verifichi l'ipotesi nulla $H_0 : \sigma = 0{,}125$ contro l'alternativa $H_1 : \sigma \neq 0{,}125$ nei due casi μ nota (pari a 0) ed ignota (si fissi l'ampiezza del test ponendo $\alpha = 0{,}05)$.

2. E' noto che la differenza X tra la quantità di benzina dichiarata e la quantità effettivamente erogata da una pompa in una stazione di servizio segua una distribuzione normale. Le differenze (in litri) riscontrate da un automobilista in 5 rilevazioni sono di seguito riportate:

0,03	0,10	-0,08	-0,07	0,12

a) Si supponga che lo scarto quadratico medio σ di X sia noto e pari a 0,05. Si calcoli un intervallo di confidenza al 99% per il valore atteso di X tenendo conto dell'informazione su σ.
b) Si calcoli l'intervallo di confidenza del punto a) senza tener conto dell'informazione su σ.
c) Si calcoli un intervallo di confidenza al 99% per la varianza di X.