

1. Una catena di supermercati conduce una ricerca di mercato su un particolare tipo di barretta dietetica al cioccolato. A tal proposito rileva su 9 negozi, che hanno approssimativamente lo stesso volume di vendite, le seguenti variabili:

X_1 : numero di barrette vendute in un mese;
 X_2 : prezzo (in centesimi di euro) di una barretta;
 X_3 : spesa (in euro) mensile per le attività promozionali.

I risultati del campione sono riportati nella seguente tabella:

Negozio	X_1	X_2	X_3
1	1916	79	200
2	2295	79	400
3	4226	59	400
4	4113	79	600
5	5000	59	600
6	3354	99	600
7	4141	59	200
8	1096	99	200
9	2114	99	400
Totali	28255	711	3600

$$\sum X_1 X_2 = 2.096.085, \quad \sum X_1 X_3 = 12.364.800, \quad \sum X_2 X_3 = 284.400,$$
$$\sum X_1^2 = 102.781.335, \quad \sum X_2^2 = 58.565, \quad \sum X_3^2 = 1.680.000.$$

- a) Si calcolino i parametri della retta interpolante ai minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12} X_2$, e se ne fornisca una misura della bontà di adattamento.
- b) Si determinino i parametri del piano ai minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{123} X_2 + \alpha_{132} X_3$, e si confrontino i coefficienti di regressione α_{12} e α_{123} , commentando opportunamente.
- c) Si valuti e si commenti la bontà di adattamento del piano di cui al punto b).
- d) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b) sia in termini di varianza totale sia in termini di varianza residua. Si commentino i risultati ottenuti.
- e) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che per il piano dei minimi quadrati di cui al punto b), i coefficienti di regressione α_{123} e α_{132} siano congiuntamente significativamente diversi da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
- f) Considerando i dati in tabella come un campione casuale della variabile X_1 in corrispondenza delle coppie di valori delle altre due variabili, si verifichi l'ipotesi che, per il piano dei minimi quadrati di cui al punto b), il coefficiente di regressione α_{123} sia significativamente diverso da zero, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.