

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

16 Settembre 2020

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso. Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$.

$$f(x) = \frac{2x + 2}{x + 2} - 1$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione.
- (b) (3 punti) Determina gli *asintoti orizzontali*, gli *asintoti verticali* e le intersezioni con gli assi.
- (c) (2 punti) Disegna il *grafico* della funzione.
- (d) (3 punti) Definisci la funzione $|f(x)|$ e disegname il grafico.
- (e) (3 punti) Considerando la funzione definita al punto precedente, risolvi la seguente *diseguazione fratta con valore assoluto*:

$$|f(x)| \geq 2$$

e rappresenta graficamente la soluzione.

2. *Problema.* Supponi che il numero totale di contagiati da una determinata malattia infettiva in un Paese sia attualmente pari a 500 e l'epidemia sia nella fase iniziale di crescita esponenziale, con un tasso di crescita giornaliero dei contagiati pari al 7%.

- (a) (3 punti) Determina la funzione $f(t)$ che mette in relazione il numero totale dei contagiati con il numero totale dei giorni trascorsi rispetto a oggi ($t = 0$ indica oggi, $t = 1$ indica domani, ecc.). Di che tipo di funzione si tratta?

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (b) (3 punti) Ipotizzando che $f(t)$ sia definita in \mathcal{R} , calcola la derivata della funzione $f(t)$, che approssima per ogni giorno l'aumento dei contagiati nelle 24 ore successive. In base a tale derivata, qual è all'incirca l'aumento dei contagiati che si dovrebbe osservare tra il sesto e il settimo giorno a partire da oggi?
- (c) (3 punti) Disegna il grafico di $f'(t)$, la derivata della funzione $f(t)$.
- (d) (3 punti) Disegna il grafico di cui al punto precedente in *scala logaritmica*: sull'asse delle ordinate, invece di rappresentare la derivata $f'(t)$, rappresenta il logaritmo naturale della derivata, $\ln f'(t)$. Come cambia la forma del grafico?
3. *Problema.* Hai 20 fogli bianchi identici e devi decidere come suddividerli tra 5 cartelle diverse.
- (a) (3 punti) Quanti sono i modi in cui è possibile distribuire tutti i fogli tra le diverse cartelle ammettendo la possibilità che una o più cartelle rimangano vuote?
Es. tutti i 20 fogli nella prima cartella; 4 fogli in ognuna delle cartelle; 10 fogli nella prima cartella, 5 nella seconda e i restanti 5 nella quarta cartella; ecc.
- (b) (2 punti) Come cambia la risposta al punto precedente se ogni cartella deve contenere almeno un foglio?

| Esercizio/Problema: | 1 | 2 | 3 | Totale |
|---------------------|----|----|---|--------|
| Punti: | 13 | 12 | 5 | 30 |
| Punteggio: | | | | |