MICROECONOMETRIA - LEZIONE 16

Titolo nota ~~01/06/2018~~

MODELLI PER SCELTE MULTIPLE ORDINATE

ES. DECISIONE DI LAVORARE FULL-, PART-, "ZERO" TIME

RANKING DI BONDS

RISCHIO PAESE

→ ORDINE "NATURALE"

MODELLO PROBIT ORDINATO

$$\boxed{y_i^* = x_i\beta + \varepsilon_i} \qquad i = 1 \ldots N$$

VARIABILE LATENTE

$$j = 0 \ldots J$$

(SCELTE ORDINATE)

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), \quad \sigma^2 = 1$$

OSSERVIAMO:

$y_i = 0$ SE $y_i^* \leq \alpha_1$ — SOGLIA NON NOTA

$y_i = 1$ SE $\alpha_1 < y_i^* \leq \alpha_2$ — SOGLIA NON NOTA

$\vdots$

$y_i = j$ SE $\alpha_j < y_i^* < \alpha_{j+1}$ — SOGLIE NON NOTE

$\vdots$

$y_i = J$ SE $\alpha_J < y_i^*$

DOVE LE SOGLIE NON NOTE SONO ORDINATE IN MODO CRESCENTE : $\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots$

TALI SOGLIE VENGONO STIMATE CONGIUNTAMENTE AI PARAMETRI $\bar{\beta}$ CON UNO <u>STIMATORE DI MASSIMA VEROSIMIGLIANZA</u>

STRUTTURA DELLE PROBABILITÀ IN UN MODELLO PROBIT ORDINATO

$$\Pr(y_i = 0) = \Pr(y_i^* \leq \alpha_1) = \Pr(x_i\beta + \varepsilon_i \leq \alpha_1) =$$

$$= \Pr(\varepsilon_i \leq \alpha_1 - x_i\beta) = \underline{\Phi}(\alpha_1 - x_i\beta)$$

CDF DI UNA NORMALE STANDARD

$$\Pr(y_i = J) = \Pr(y_i^* > \alpha_J) = \Pr(x_i'\beta + \varepsilon_i > \alpha_J) =$$

$$= \Pr(\varepsilon_i > \alpha_J - x_i'\beta) =$$

$$= \Pr(\varepsilon_i \leq x_i'\beta - \alpha_J) = \Phi(x_i'\beta - \alpha_J)$$

$$\Pr(y_i = j) = \Pr(\alpha_j < y_i^* \leq \alpha_{j+1}) =$$

$$= \underbrace{\Phi(\alpha_{j+1} - x_i\beta) - \Phi(\alpha_j - x_i\beta)}$$

$$\Downarrow$$

$$\max_{\beta,\alpha} \log L = \sum_{i=1}^{N} \ell_i$$

$\uparrow$ SOGLIE

DOVE

$$\ell_i = I(y_i=0)\log\Phi(\alpha_1 - x_i\beta) + \cdots +$$
$$+\, I(y_i=j)\log\left[\Phi(\alpha_{j+1} - x_i\beta) - \Phi(\alpha_j - x_i\beta)\right]$$
$$+ \cdots + I(y_i=J)\log\Phi(x_i\beta - \alpha_J)$$

EFFETTI MARGINALI IN MODELLI PROBIT ORDINATI

$$\frac{\partial \Pr(y_i=0)}{\partial x_{i2}} = \frac{\partial \Phi(\alpha_1 - x_i\beta)}{\partial(\alpha_1 - x_i\beta)} \cdot \frac{\partial(\alpha_1 - x_i\beta)}{\partial x_{i2}} =$$

$$= \underbrace{\phi(\alpha_1 - x_i\beta)}_{>0} \cdot (-\beta_2)$$

SEGNO COEFFICIENTE DETERMINA IL SEGNO DELL'EFFETTO MG

$$\frac{\partial Pr(y_i = J)}{\partial x_{ir}} = \frac{\partial \Phi(x_i'\beta - \alpha_J)}{\partial(\cdot)} \cdot \frac{\partial(\cdot)}{\partial x_{ir}} =$$

$$= \underbrace{\phi(x_i'\beta - \alpha_J)}_{>0} \cdot \beta_r$$

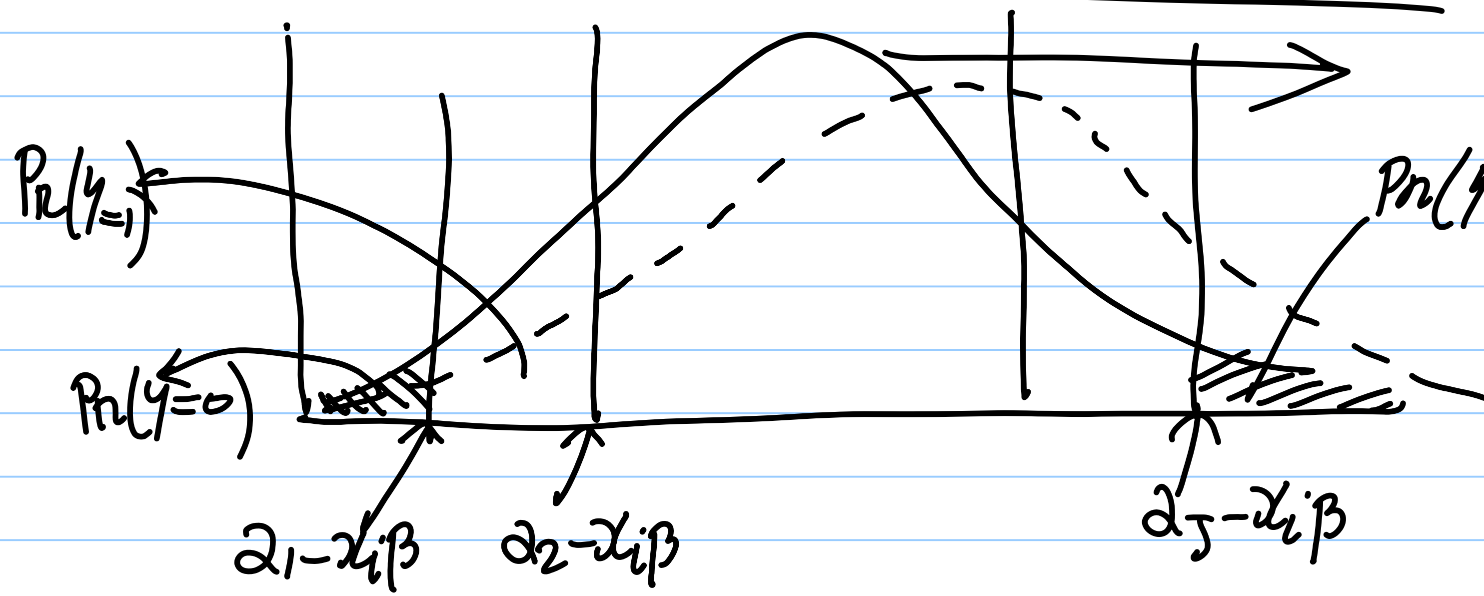
SEGNO DETERMINA IL SEGNO DELL'EFFETTO MARGINALE

$$\frac{\partial \Pr(y_i = j)}{\partial x_{ir}} = \frac{\partial\left[\Phi(\alpha_{j+1} - x_i\beta) - \Phi(\alpha_j - x_i\beta)\right]}{\partial x_{ir}}$$

$$= \phi(\alpha_{j+1} - x_i\beta)(-\beta_r) + \phi(\alpha_j - x_i\beta)\beta_r =$$

$$= \beta_r \underbrace{\left[\phi(\alpha_j - x_i\beta) - \phi(\alpha_{j+1} - x_i\beta)\right]}_{?}$$

COMMENTO SUGLI EFFETTI MARGINALI



A SEGUITO DI UNA VARIAZIONE POSITIVA DEL REGRESSORE x_{ir} r-ESIMO (ALL'INTERNO DI X_i), LA CURVA DELLA DISTRIBUZIONE SI SPOSTA VERSO DESTRA, COME INDICATO DAL GRAFICO

$$\Downarrow \quad \frac{\partial Pr(y_i = 0)}{\partial x_{ir}} \downarrow \quad ; \quad \frac{\partial Pr(y_i = J)}{\partial x_{ir}} \uparrow$$

$$\frac{\partial Pr(y_i = j)}{\partial x_{ir}} \; ?$$

$$= \beta_r \left[\phi(\alpha_j - x_i\beta) - \phi(\alpha_{j+1} - x_i\beta) \right]$$

N.B. POSSIBILE PROBLEMA DI IDENTIFICAZIONE SI PUÒ AVERE IN FASE DI STIMA SE TRA LE VARIABILI x_i COMPARE UNA COSTANTE $\Rightarrow$ IMPOSSIBILITÀ DI IDENTIFICARE LE SOGLIE RISPETTO ALLA COSTANTE –

SE x_i HA UNA COSTANTE, IL MODELLO CONSENTE DI STIMARE $(\alpha_j - \beta_1)$, NON α_j ISOLATAMENTE DA β_1 –

MODELLI PER VARIABILI DIPENDENTI LIMITATE

$$y_i^* = x_i\beta + \varepsilon_i \qquad i = 1 \ldots N$$

VARIABILE CONTINUA

$$y_i^* \sim N(x_i\beta, \sigma^2)$$

→ CAMPIONE CASUALE

OTTENIAMO UN CAMPIONE DI OSSERVAZIONI DA $y_i^* \sim N(x_i\beta, \sigma^2)$

$y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ (CAMPIONE)

PER QUALCHE MOTIVO (ECONOMICO), NOI OSSERVIAMO

CENSURA

$$y_i = y_i^* \quad \text{SE} \quad y_i^* > c \quad \text{SOGLIA}$$

$$y_i = c \quad \text{SE} \quad y_i^* \leq c$$

CAMPIONE NON CASUALE

PRIMA DI CAMPIONARE, LA DISTRIBUZIONE DI y_i^* VIENE, PER QUALCHE MOTIVO, SOTTOPOSTA A UN "TAGLIO" IN CORRISPONDENZA DI UN DATO VALORE c.

TRONCAMENTO

OSSERVIAMO : $y_i = y_i^*$ SE $y_i^* > c$

NULLA SE $y_i^* \leq c$

RISULTATO : IN CASO DI CENSURA/TRONCAMENTO

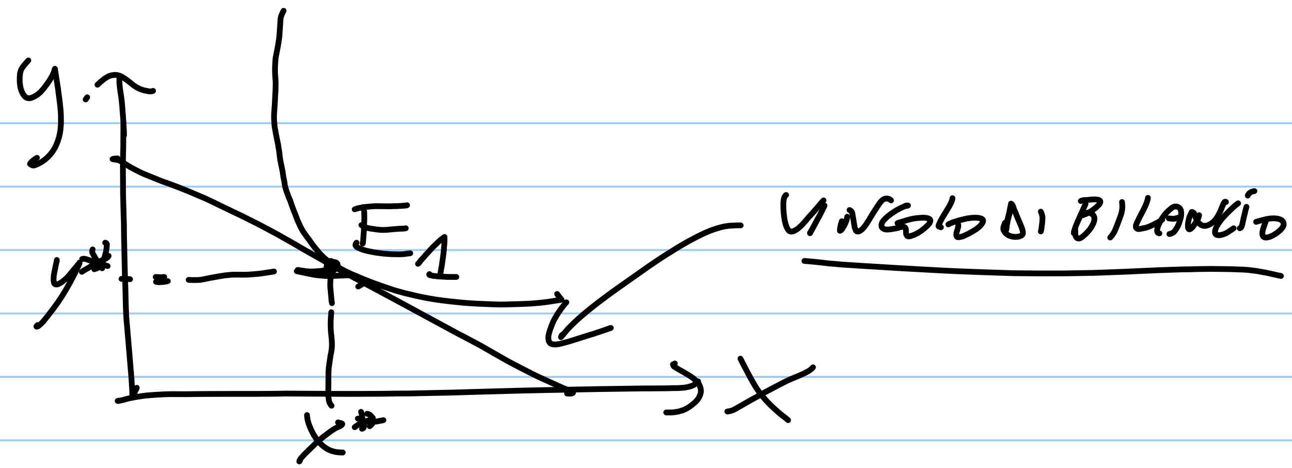
LO STIMATORE OLS DI β È DISTORTO E INCONSISTENTE

GIUSTIFICAZIONI ECONOMICHE

1) DOMANDA DI UN BENE SOGGETTO A RAZIONAMENTO

$$\max_{x,y} U(x,y)$$

SOGGETTA A VINCOLO DI BILANCIO

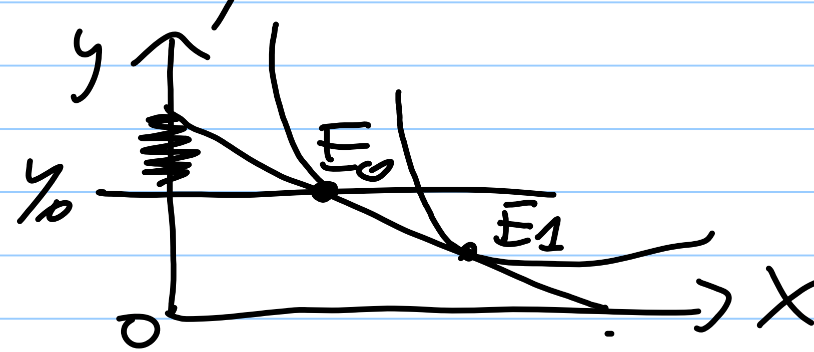


E_1 RAPPRESENTA UNA SOLUZIONE "INTERNA"

(IN ASSENZA DI RAZIONAMENTO)

RAZIONAMENTO

SE Y FOSSE RAZIONATO (ES $Y \leq \underline{\underline{Y_0}}$), UN SECONDO TIPO DI SOLUZIONI RISULTEREBBE AMMISSIBILE, LE COSIDDETTE SOLUZIONI "D'ANGOLO")



SCHEMA DI RIFERIMENTO

SE $y^* \geq y_0$, NOI OSSERVIAMO $y_0 = y^*$ (SOLUZIONE D'ANGOLO)

SE $y^* < y_0$, NOI OSSERVIAMO $y = y^*$ (SOLUZIONE INTERNA)

→ CENSURA

$\Downarrow$

MODELLIZZAZIONE DELLA DOMANDA DI UN BENE SOGGETTO A RAZIONAMENTO <u>DEVE</u> TENER CONTO DELLA NATURA "CENSURATA" DEI DATI DI DOMANDA

2) OFFERTA DI LAVORO

$$\max U(C, L)$$

C → CONSUMO DI UN BENE COMPOSITO

L → TEMPO LIBERO

SOGGETTA A :

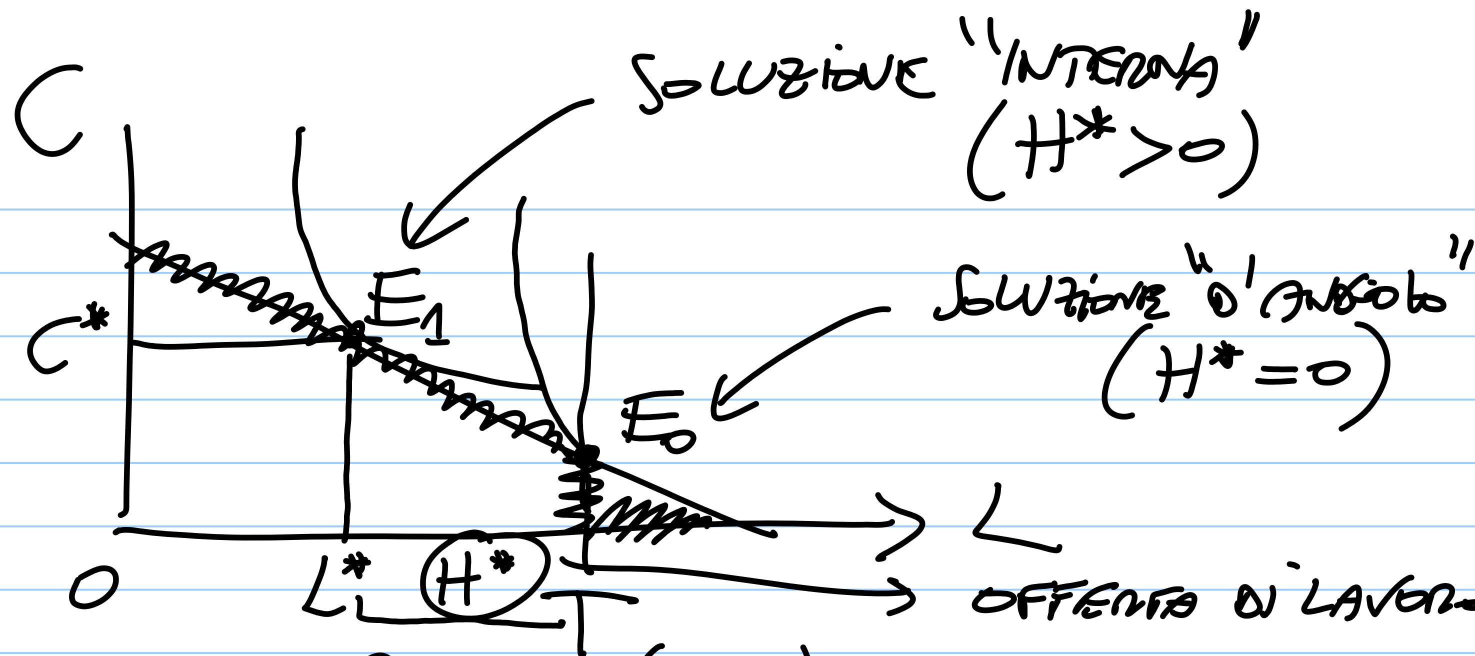
$$pC = R + w(T - L)$$

p → PREZZO BENE COMPOSITO

R → REDDITO DA CAPITALE

w → SALARIO

T → 24 ORE



$$C = \frac{R}{P} + \frac{W}{P}(T - L) =$$

$$= \left(\frac{R}{P} + \frac{WT}{P}\right) - \frac{W}{P} L$$

SCHEMA DI RIFERIMENTO

SE $\frac{W}{P} \geq \frac{\overline{W}}{P}$, OSSERVIAMO $H = H^* > 0$

$\overline{W}$ ↓ SALARIO DI RISERVA

SE $\frac{W}{P} < \frac{\overline{W}}{P}$, OSSERVIAMO $H = 0$

CENSURA (CON SOGLIA RAPPRESENTATA DA SALARIO DI RISERVA)

MODELLO DI OFFERTA DI LAVORO

$$H^* = X\beta + \varepsilon$$

PER STIMARE I PARAMETRI β CONSISTENTEMENTE, DEVO TENER CONTO DELLA NATURA "CENSURATA" DELLA VARIABILE DIPENDENTE H^* _

PROPRIETÀ DI OLS QUANDO LA VARIABILE DIPENDENTE È TRONCATA / CENSURATA

$$y_i^* = x_i\beta + \varepsilon_i \quad , \quad y_i^* \sim N(x_i\beta, \sigma^2)$$

NO TRONCAMENTO / NO CENSURA

OSSERVIAMO $y_i = y_i^*$, $\forall i = 1 \dots N$

$$E(y_i^*) = E(y_i) = \underbrace{x_i \beta}_{\text{ALLA BASE DELLA PROPRIETÀ DI NON DISTORSIONE (E CONSISTENZA) DI OLS}}, \text{ DATO CHE } E(\varepsilon_i) = 0$$

FUNZIONE DI REGRESSIONE

VALORI ATTESI NON CONDIZIONATI

ALLA BASE DELLA PROPRIETÀ DI **NON** DISTORSIONE (E CONSISTENZA) DI **OLS**

TRONCAMENTO $(c = 0)$

OSSERVIAMO : $y_i = y_i^*$ SE $y_i^* > 0$

NULLA SE $y_i^* \leq 0$

$$E(y_i^* \mid y_i^* > 0) = E(y_i \mid y_i^* > 0) =$$

VALORE ATTESO CONDIZIONATO

$$= E(x_i\beta + \varepsilon_i \mid x_i\beta + \varepsilon_i > 0) =$$

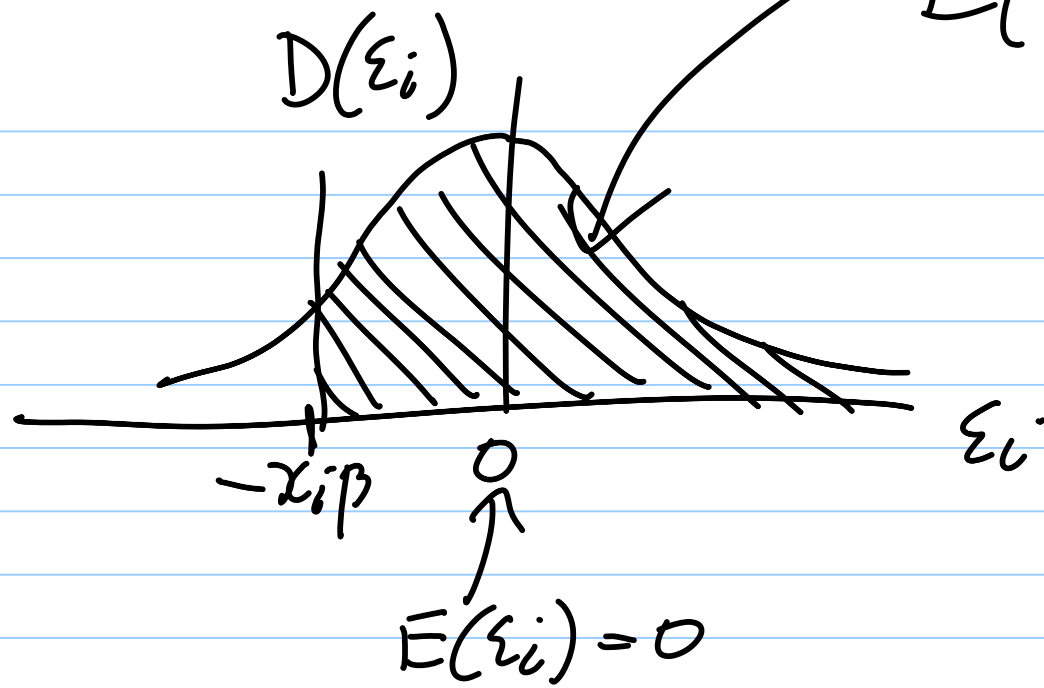
$$= E(x_i'\beta \mid x_i'\beta + \varepsilon_i' > 0) + E(\varepsilon_i \mid x_i'\beta + \varepsilon_i' > 0)$$

$$= E(x_i'\beta \mid \varepsilon_i' > -x_i'\beta) + E(\varepsilon_i \mid \varepsilon_i' > -x_i'\beta)$$

$$= x_i'\beta + \underbrace{E(\varepsilon_i' \mid \varepsilon_i' > -x_i'\beta)}_{\neq 0} \neq x_i'\beta$$

$$\Downarrow$$

OLS DISTORTO



$$E(\varepsilon_i \mid \varepsilon_i > -x_i\beta) \neq 0$$

$$(> 0)$$

TALE RISULTATO NON CAMBIA PER $N \to \infty$,

QUINDI OLS INCONSISTENTE

CENSURA $(c=0)$

OSSERVIAMO: $y_i = y_i^*$ SE $y_i^* > 0$

$y_i = 0$ SE $y_i^* \leq 0$

$$E(y_i^*) = E(y_i) = Pr(y_i^* > 0)\, E(y_i^* \mid y_i^* > 0) +$$

$$+ Pr(y_i^* \leq 0)\, \underbrace{E(y_i^* \mid y_i^* \leq 0)}_{=0}$$

NON CONDIZIONATO

$= 0$ IN QUANTO $y_i = 0,\ \forall i$ QUANDO $y_i^* \leq 0$

$$= \boxed{Pr(y_i^* > 0)} \cdot \boxed{E(y_i^* \mid y_i^* > 0)}$$

DOVE $E(y_i^* | y_i^* > 0) = x_i\beta + \underbrace{E(\varepsilon_i | \varepsilon_i > -x_i\beta)}_{\neq 0}$

$\Downarrow$

OLS DISTORTO E INCONSISTENTE

N.B. $Pr(y_i^* > 0) = Pr(x_i\beta + \varepsilon_i > 0) =$

$= Pr(\varepsilon_i > -x_i\beta) = Pr(\varepsilon_i \leq x_i\beta)$

SE $\varepsilon_i \sim N(0,1)$, ALLORA $Pr(\varepsilon_i \leq x_i\beta) = \Phi(x_i\beta)$

PER CORREGGERE DISTORSIONE/INCONSISTENZA DI OLS, ESISTONO DUE APPROCCI:

1) MLE
2) OLS "CORRETTI"