MICROECONOMETRIA – LEZIONE 18a

Titolo nota

07/06/2018

LDVM CON SOGLIE STOCASTICHE

(NOTAZIONE MATRICIALE)

MODELLO DI INTERESSE

$y_1^* = X_1\beta_1 + \varepsilon_1$ SALARIO DI MERCATO (OSSERVATO)

$y_2^* = X_2\beta_2 + \underline{\underline{\varepsilon_2}}$ SALARIO DI RISERVA (NON OSSERVATA)

OSSERVIAMO :

$y_1 = y_1^*$ SE $y_1^* > y_2^*$

NULLA SE $y_1^* \leq y_2^*$

TRONCAMENTO CON SOGLIA STOCASTICA (y_2^*)

$$E(y_1^* \mid y_1^* > y_2^*) = E(y_1 \mid y_1^* > y_2^*) =$$

$$= E(x_1\beta_1 + \varepsilon_1 \mid x_1\beta_1 + \varepsilon_1 > x_2\beta_2 + \varepsilon_2) =$$

$$= x_1\beta_1 + E(\underline{\varepsilon_1} \mid \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \overset{\varepsilon}{<} x_1\beta_1 - x_2\beta_2)$$

PROPRIETÀ DI $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon$

$$E(\varepsilon_1) = E(\varepsilon_2) = 0 \implies E(\varepsilon) = E(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} VAR(\varepsilon_1) = \sigma_1^2 \\ VAR(\varepsilon_2) = \sigma_2^2 \\ COV(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \sigma_{12} \end{array}\right\} \implies VAR(\varepsilon) = VAR(\varepsilon_2) + VAR(\varepsilon_1) - 2COV(\varepsilon_1, \varepsilon_2) =$$

$$= \underbrace{\sigma_2^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_{12}}_{\sigma_0^2}$$

$$\underbrace{\operatorname{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon)}_{\sigma_{10}} = E(\varepsilon_1 \varepsilon) = E\left[\varepsilon_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\right] =$$

$$= E(\varepsilon_1 \varepsilon_2) - E(\varepsilon_1^2) =$$

$$= \boxed{\sigma_{12} - \sigma_1^2}$$

<u>IPOTESI</u>: ε_2 E ε HANNO DISTRIBUZIONE NORMALE BIVARIATA

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{10} \\ \sigma_{10} & \sigma_0^2 \end{pmatrix} \right)$$

$$E(y_1^* \mid y_1^* > y_2^*) = X_1\beta_1 + E(\varepsilon_1 \mid \varepsilon < K)$$

DOVE $K = X_1\beta_1 - X_2\beta_2$

RISULTATO (VALIDO PER COPPIE DI VARIABILI CASUALI NORMALMENTE DISTRIBUITE CON VALORE ATTESO NULLO)

$$E(\varepsilon_1 \mid \varepsilon < K) = -\frac{\sigma_{10}}{\sigma_0} \cdot \frac{\phi(K^*)}{\Phi(K^*)}$$

DOVE $K^* = K/\sigma_1$

$$E(\varepsilon_1 \mid \varepsilon < k) = -\frac{\sigma_{10}}{\sigma_0} \cdot \frac{\phi\left(\frac{x_1\beta_1 - x_2\beta_2}{\sigma_1}\right)}{\Phi\left(\frac{x_1\beta_1 - x_2\beta_2}{\sigma_1}\right)}$$

$$\Downarrow$$

$$E(y_1^* \mid y_1^* > y_2^*) = x_2\beta_2 - \frac{\sigma_{10}}{\sigma_0} \underbrace{\frac{\phi\left(\frac{x_1\beta_1 - x_2\beta_2}{\sigma_1}\right)}{\Phi\left(\frac{x_1\beta_1 - x_2\beta_2}{\sigma_1}\right)}}_{\text{MILLS RATIO}}$$

$$y_1^* = X_1\beta_1 + \left(-\frac{\sigma_{10}}{\sigma_0}\right)\frac{\phi(\cdot)}{\Phi(\cdot)} + \eta_1 ,$$

$$\text{DOVE } E(\eta_1) = E(\eta_1 \mid \dots) = 0$$

$\Downarrow$

OLS SU MODELLO TRASFORMATO/AUMENTATO/CORRETTO CONSISTENTE PER I PARAMETRI DI INTERESSE <u>DEL MODELLO</u> DEL <u>SALARIO DI MERCATO</u>

<u>COMMENTI</u>

1) IL MILLS RATIO ENTRA NEL MODELLO AUMENTATO CON COEFFICIENTE $\frac{\sigma_{10}}{\sigma_0}$, DOVE $\sigma_{10} = \sigma_{12} - \sigma_1^2$

ANCHE SE SI IPOTIZZANO ASSENZA DI CORRELAZIONE TRA ε_1 E ε_2 ($\sigma_{12} = 0$), COMUNQUE IL MILLS RATIO ENTREREBBE NELLA REGRESSIONE AUMENTATA CON COEFFICIENTE <u>NON NULLO</u>.

2) MILLS RATIO: $\dfrac{\phi\left(\frac{x_1\beta_1 - x_2\beta_2}{\sigma_1}\right)}{\Phi\left(\frac{x_1\beta_1 - x_2\beta_2}{\sigma_1}\right)}$ NON È OSSERVATO – VA QUINDI STIMATO – <u>COME</u>?

ATTRAVERSO UN MODELLO PROBIT COSÌ SPECIFICATO:

$$D = 1 \quad \text{SE } y_1^* > y_2^*$$

$$= 0 \quad \text{SE } y_1^* \leq y_2^*$$

DOVE IL MODELLO PROBIT CORRISPONDENTE È DATO DA:

$$D = \Phi(X_1\beta_1 + X_2\beta_2) + V$$

$\rightarrow$ MAX LogL $\Rightarrow \dfrac{\hat{\beta}_1}{\sigma_1}$ E $\dfrac{\hat{\beta}_2}{\sigma_2}$, DOVE $VAR(V) = \sigma_1^2$

MILLS RATIO STIMATO : $\dfrac{\phi\left(x_1 \dfrac{\hat{\beta}_1}{\sigma_1} - x_2 \dfrac{\hat{\beta}_2}{\sigma_2}\right)}{\Phi\left(x_1 \dfrac{\hat{\beta}_1}{\sigma_2} - x_2 \dfrac{\hat{\beta}_2}{\sigma_2}\right)}$

$$y_1^* = x_1 \beta_1 + \left(-\frac{\sigma_{10}}{\sigma_0}\right) \cdot \frac{\phi(\cdot)}{\Phi(\cdot)} + \eta \Rightarrow$$ OLS SU MODELLO AUMENTATO CONSISTENTE.