

(Dis)equazioni Irrazionali

1. $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$

- Se n è dispari si risolve

$$f(x) = (g(x))^n$$

- Se n è pari si risolve

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = (g(x))^n \end{cases}$$

2. $\sqrt[n]{f(x)} \geq g(x)$

- Se n è dispari si risolve

$$f(x) \geq (g(x))^n$$

- Se n è pari si risolve

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq (g(x))^n \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

3. $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$

- Se n è dispari si risolve

$$f(x) > (g(x))^n$$

- Se n è pari si risolve

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > (g(x))^n \end{cases} \cup \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

4. $\sqrt[n]{f(x)} \leq g(x)$

- Se n è dispari si risolve

$$f(x) \leq (g(x))^n$$

- Se n è pari si risolve

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq (g(x))^n \end{cases}$$

5. $\sqrt[n]{f(x)} < g(x)$

- Se n è dispari si risolve

$$f(x) < (g(x))^n$$

- Se n è pari si risolve

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < (g(x))^n \end{cases}$$

(Dis)equazioni con valore assoluto

1. $|f(x)| \gtrless g(x)$ si risolve

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) \gtrless g(x) \end{cases} \cup \begin{cases} f(x) < 0 \\ -f(x) \gtrless g(x) \end{cases}$$

Se $g(x) = k$ è costante allora:

2. $|f(x)| = k$

- Se $k < 0$ non ci sono soluzioni.
- Se $k \geq 0$ allora si risolve

$$f(x) = k \cup f(x) = -k$$

3. $|f(x)| \geq k$

- Se $k < 0$, allora la disequazione è soddisfatta per ogni $x \in \mathbb{R}$
- Se $k \geq 0$ allora si risolve

$$f(x) \leq -k \cup f(x) \geq k$$

4. $|f(x)| > k$

- Se $k < 0$, allora la disequazione è soddisfatta per ogni $x \in \mathbb{R}$.
- Se $k \geq 0$ allora si risolve

$$f(x) < -k \cup f(x) > k$$

5. $|f(x)| \leq k$

- Se $k < 0$, allora la disequazione non ammette soluzioni.
- Se $k \geq 0$ allora si risolve

$$-k \leq f(x) \leq k$$

in altre parole, si risolve il sistema

$$\begin{cases} f(x) \geq -k \\ f(x) \leq k \end{cases}$$

6. $|f(x)| < k$

- Se $k \leq 0$, allora la disequazione non ammette soluzioni.
- Se $k > 0$ allora si risolve

$$-k < f(x) < k$$

in altre parole, si risolve il sistema

$$\begin{cases} f(x) > -k \\ f(x) < k \end{cases}$$