ECONOMIA APPLICATA M - LEZIONE 26

Titolo nota ~~29/11/2016~~

2/12/19

CURVA DI APPRENDIMENTO

$$C_t = C_1\, m_t^{\alpha_c} \quad , \quad \alpha_c < 0$$

C_t → COSTI MEDI REALI

m_t ↳ OUTPUT CUMULATO (t ESCLUSO)

$$\log C_t = \log C_1 + \alpha_c \log m_t + U_t \quad , \quad t = 1 .. T$$

↳ OLS → $\hat{\alpha}_c$

FUNZIONE DI COSTO (COBB-DOUGLAS)

$$C_t = K\, y_t^{1/r}\, p_{1t}^{\alpha_1/r}\, p_{2t}^{\alpha_2/r}\, p_{3t}^{\alpha_3/r}$$

C_t: COSTI TOTALI (NOMINALI)

$$K = r\left[A\,\alpha_1^{\alpha_1}\alpha_2^{\alpha_2}\alpha_3^{\alpha_3}\right]^{-1/r}$$

(*) MODELLO NON RISTRETTO

$$\log C_t = \underbrace{\log K}_{\beta_0} + \underbrace{\frac{1}{r}}_{\beta_y}\log y_t + \underbrace{\frac{\alpha_1}{r}}_{\beta_1}\log p_{1t} + \underbrace{\frac{\alpha_2}{r}}_{\beta_2}\log p_{2t} + \underbrace{\frac{\alpha_3}{r}}_{\beta_3}\log p_{3t} + \varepsilon_t$$

$\hookrightarrow$ OLS $\rightarrow \hat\beta_0, \hat\beta_y, \hat\beta_1, \hat\beta_2, \hat\beta_3$

COMMENTI SU FUNZIONE DI COSTO COBB-DOUGLAS

1) IL MODELLO È <u>PERFETTAMENTE IDENTIFICATO</u>

INFATTI: $\hat{r} = 1/\hat{\beta}_4$

$$\hat{\alpha}_1 = \hat{\beta}_1 \cdot \hat{r}$$
$$\hat{\alpha}_2 = \hat{\beta}_2 \cdot \hat{r}$$
$$\hat{\alpha}_3 = \hat{\beta}_3 \cdot \hat{r}$$

2) DATO CHE LA FUNZIONE DI COSTO COBB-DOUGLAS È OMOGENEA LINEARE NEI PREZZI DEI FATTORI, POTREMO VOLER STIMARE UN'EQUAZIONE EMPIRICA CHE INCORPORI TALE PROPRIETÀ

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$$ (RESTRIZIONE NON OMOGENEA)

→ INCORPORARE TALE RESTRIZIONE NEL MODELLO EMPIRICO NON RISTRETTO

$$\log C_t = \underbrace{\log K}_{\beta_0} + \beta_y \log Y_t + \beta_1 \log P_{1t} + \beta_2 \log P_{2t} +$$
$$+ (1 - \beta_1 - \beta_2) \log P_{3t} + \varepsilon_t$$

$$\log C_t - \log P_{3t} = \beta_0 + \beta_y \log Y_t + \beta_1 (\log P_{1t} - \log P_{3t}) +$$
$$+ \beta_2 (\log P_{2t} - \log P_{3t}) + \varepsilon_t$$

$$(**)\ \log\left(\frac{C_t}{P_{3t}}\right) = \beta_0 + \beta_y \log Y_t + \beta_1 \log\left(\frac{P_{1t}}{P_{3t}}\right) + \beta_2 \log\left(\frac{P_{2t}}{P_{3t}}\right) + \varepsilon_t$$

MODELLO RISTRETTO

PREZZI RELATIVI

TEST DELLA RESTRIZIONE DI OMOGENEITÀ UNITARIA

$$F\text{-TEST} = \frac{(RSS_R - RSS_U)/1}{RSS_U/(T-5)} \underset{H_0}{\sim} F_{(1,\,T-5)}$$

$$H_0 : \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1$$

vs

$$H_1 : \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \neq 1$$

OBIETTIVO: MICROFONDARE LA CURVA DI APPRENDIMENTO

SULLA BASE DELLA TEORIA DELLA PRODUZIONE

(COSTI)

CURVA DI APPRENDIMENTO: $\log C_t = \log C_1 + \alpha_c \log m_t + u_t$

COSTI MEDI REALI

COSTI TOTALI NOMINALI

FUNZIONE DI COSTO: $\log C_t = \log K + \frac{1}{2}\log y_t + \frac{\alpha_1}{2}\log P_{1t} + \frac{\alpha_2}{2}\log P_{2t} + \frac{\alpha_3}{2}\log P_{3t} + \varepsilon_t$

TRASFORMAZIONI SULLA FUNZIONE DI COSTO

1) TRASFORMARE I COSTI TOTALI NOMINALI IN COSTI MEDI REALI

2) INTRODURRE L'OUTPUT CUMULATO (x_t)

3) ELIMINARE L'OUTPUT CORRENTE (y_t)

2) RELAZIONE ESPLICITA TRA PROGRESSO TECNICO E OUTPUT CUMULATO

RELAZIONE "AD HOC": $A_t = n_t^{-\alpha_c}$, $\alpha_c < 0$

$\Downarrow$

$$K \equiv n \left[A\, \alpha_1^{\alpha_1} \alpha_2^{\alpha_2} \alpha_3^{\alpha_3} \right]^{-1/n}$$

$$r\left[A_t\,\alpha_1^{a_1}\alpha_2^{a_2}\alpha_3^{a_3}\right]^{-1/r} =$$

$$= r\left[m_t^{-2c}\,\alpha_1^{a_1}\alpha_2^{a_2}\alpha_3^{a_3}\right]^{-1/r} =$$

$$= m_t^{2c/r}\cdot \underbrace{r\left[\alpha_1^{a_1}\alpha_2^{a_2}\alpha_3^{a_3}\right]^{-1/r}}_{K'}$$

LA "NUOVA" FUNZIONE DI COSTO COBB-DOUGLAS SARÀ:

$$\log C_t = \log K' + \frac{\alpha_c}{2} \log m_t + \frac{1}{2} \log y_t + \frac{\alpha_1}{2} \log p_{1t} +$$
$$+ \frac{\alpha_2}{2} \log p_{2t} + \frac{\alpha_3}{2} \log p_{3t} + \varepsilon_t$$

1a) TRASFORMAZIONE DEI COSTI TOTALI IN COSTI MEDI

$$\left(\log C_t - \underline{\underline{\log y_t}}\right) = \log K' + \frac{\alpha_c}{2} \log m_t + \left(\frac{1}{2} \log y_t - \underline{\underline{\log y_t}}\right) +$$

$$+\frac{\alpha_1}{\gamma}\log P_{1t}+\frac{\alpha_2}{\gamma}\log P_{2t}+\frac{\alpha_3}{\gamma}\log P_{3t}+\varepsilon_t$$

$$\log\left(\left(\frac{C_t}{Y_t}\right)\right)=\log K'+\frac{\alpha_c}{\gamma}\log m_t+\left(\frac{1}{\gamma}-1\right)\log Y_t+$$

$$+\frac{\alpha_1}{\gamma}\log P_{1t}+\frac{\alpha_2}{\gamma}\log P_{2t}+\frac{\alpha_3}{\gamma}\log P_{3t}+\varepsilon_t$$

Cost nEDi

1b) TRASFORMAZIONE DEI <u>COSTI MEDI NOMINALI</u> IN <u>COSTI MEDI REALI</u>

DEFLAZIONE DEI COSTI DELL'IMPRESA (BASATO SUI PREZZI DEI FATTORI PRODUTTIVI)

DEFINIZIONE "AD HOC": $PD_t = \underline{\underline{p_{1t}}}^{\alpha_1/r} \, \underline{\underline{p_{2t}}}^{\alpha_2/r} \, \underline{\underline{p_{3t}}}^{\alpha_3/r}$

PRICE DEFLATOR

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{\log PD_t}} = \frac{\alpha_1}{2} \log P_{1t} + \frac{\alpha_2}{2} \log P_{2t} + \frac{\alpha_3}{2} \log P_{3t}$$

<u>INTERPRETAZIONE</u>: IL LOG DEL DEFLATORE È UNA MEDIA PESATA (CON PESI $\frac{\alpha_i}{2}$, $i = 1..3$) DEI LOG DEI PREZZI DEI FATTORI PRODUTTIVI

$$\log\left(\overset{\tilde{C}_t}{\frac{C_t}{y_t}}\right) = \log K' + \frac{\alpha_c}{2}\log m_t + \left(\frac{1}{2}-1\right)\log y_t +$$

$$+ \underbrace{\boxed{\frac{\alpha_1}{2}\log P_{1t} + \frac{\alpha_2}{2}\log P_{2t} + \frac{\alpha_3}{2}\log P_{3t}}}_{\log PD_t} + \varepsilon_t$$

$$\log \tilde{C}_t - \log PD_t = \log K' + \frac{\alpha_c}{2}\log m_t + \left(\frac{1}{2}-1\right)\log y_t + \varepsilon_t$$

$$\log\left(\overset{\approx}{\frac{C_t}{PD_t}}\right) \rightarrow$$ <u>COSTI MEDI REALI</u> (C_t)

<u>CONFRONTO</u> :

CURVA DI APPRENDIMENTO : $\log C_t = \log C_1 + \alpha_c \log m_t + u_t$

COSTI MEDI REALI

FUNZIONE DI COSTO (ULTIMA VERSIONE) : $\log C_t = \log k' + \frac{\alpha_c}{2} \log m_t + \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \log y_t + \varepsilon_t$

COSTI MEDI REALI

3) ELIMINAZIONE DI $\log Y_t$

RENDIMENTI DI SCALA COSTANTI

SE $\eta = 1$, ALLORA LA FUNZIONE DI COSTO DIVENTA:

$$\boxed{\log C_t = \log K' + \alpha \log M_t + 0 \cdot \log Y_t + \varepsilon_t}$$

→ PERFETTA COINCIDENZA CON LA <u>CURVA DI APPRENDIMENTO</u>

COMMENTI

(1) LA PRESENZA DI m_t E y_t ALL'INTERNO DELLA FUNZIONE DI COSTO (PARZIALMENTE INTEGRATA) NON È EMPIRICAMENTE PROBLEMATICA, IN QUANTO, PER COSTRUZIONE, m_t NON COMPRENDE y_t

$$X_1 \equiv (1, \log m_t)$$

(2) CONFRONTO TRA I SEGUENTI MODELLI:

$$M_U: \underbrace{\log C_t}_{y} = \underbrace{\beta_0 + \beta_1 \log m_t}_{X_1} + \beta_2 \underbrace{\log y_t}_{X_2} + \varepsilon_t \quad \left(\text{FUNZIONE DI COSTO } (\eta \neq 1)\right)$$

$$M_R: \underbrace{\log C_t}_{y} = \underbrace{\beta_0 + \beta_1 \log m_t}_{X_1} + U_t \quad \left(\text{CURVA DI APPRENDIMENTO}\right)$$

MISURA DEL BIAS DOVUTO ALL'OMISSIONE DI $\log y_t$

BACKGROUND (NOTAZIONE MATRICIALE)

$$\underset{(T\cdot 1)}{y} = \underset{(T\cdot K)}{X}\,\underset{(K\cdot 1)}{\beta} + \underset{(T\cdot 1)}{U} = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + U$$

$$X \equiv \left(X_1 \,\vdots\, X_2\right)$$

$$\beta \equiv \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \hdashline \beta_2 \end{pmatrix}$$

M_U / $M_{CORRETTO}$: $y = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + U$

(**E.S.** FUNZIONE DI COSTO CON $n \neq 2$)

M_R / $M_{STIMATO}$: $y = X_1\beta_1 + U$

(**E.S.** CURVA DI APPRENDIMENTO)

$$\hat{\beta}_1 = (X_1'X_1)^{-1}X_1'y = (X_1'X_1)^{-1}X_1'(X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + U) =$$

$$= \beta_1 + (X_1'X_1)^{-1}X_1'X_2\beta_2 + (X_1'X_1)^{-1}X_1'U$$

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1 + \boxed{(X_1'X_1)^{-1}X_1'X_2\beta_2}$$

BIAS DOVUTO ALLA STIMA DI β_1 CON OLS ALL'INTERNO DEL MODELLO CHE ESCLUDE X_2

$$\underbrace{\boxed{(X_1'X_1)^{-1}X_1'X_2}}_{\hat{\delta}_1}\ \underbrace{\boxed{\beta_2}}_{\hat{\beta}_2}$$

? MISURAZIONE

$\hat{\beta}_2$ È LO STIMATORE OLS DI β_2 NEL MODELLO FUNZIONE DI COSTO CON $\eta \neq 1$ (M_U)

$$\boxed{\log y_t = \delta_0 + \delta_1 \log m_t + v_t}$$

MODELLO <u>AUSILIARIO</u>

OLS : $\hat{\delta}_1$, DOVE :

$X_1'X_2$

$$\hat{\delta}_1 = \frac{\sum_t (\log y_t - \overline{\log y})(\log m_t - \overline{\log m})}{\sum_t (\log m_t - \overline{\log m})^2}$$

$X_1'X_1$

MISURA DEL BIAS

$$\widehat{BIAS} = \hat{\delta}_1 \hat{\beta}_2$$

ESPRESSIONE TEORICA DEL BIAS

$$BIAS = \delta_1 \cdot \beta_2$$

$BIAS = 0$ SE $\beta_2 = 0$ (CIOÈ $r = 1$)

DATO CHE $\delta_1 > 0$, ALLORA:

BIAS > 0 SE $\beta_2 > 0$ $\left(r < 1 \right)$

BIAS < 0 SE $\beta_2 < 0$ $\left(r > 1 \right)$