

# ERRATA CORRIGE - ESERCITAZIONE VIII

## ESERCIZIO 1 PUNTO 2)

Si sta studiando la funzione  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x+1)}$

iv) la derivata prima di  $f(x)$  è

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+1)^2}$$

che non può essere trasformato in  $\frac{(x+2)^2}{(x+1)^2}$ .

Studiamo il segno di  $f'(x)$ :

$$f'(x) \geq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+1)^2} \geq 0$$

$$N \geq 0 : x^2 + 2x + 4 \geq 0 \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\text{Dato che } \Delta = (2)^2 - 4(4) = 4 - 16 = -12 < 0$$

la funzione  $x^2 + 2x + 4$  non cambia segno  
(ovvero la parabola non interseca l'asse  $y=0$ )

In particolare, osserviamo che  $x^2 + 2x + 4 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$D > 0 : (x+1)^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

dato che è un quadrato devo solo  
escludere  $x = -1$  dove  $D$  si annulla

$\Rightarrow$   $f$  è SEMPRE CRESCENTE

v) Calcoliamo la derivata seconda di  $f(x)$ :

$$\text{dato che } f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x+1)^2}, \text{ si ha}$$

$$f''(x) = \frac{1}{(x+1)^4} \left[ (2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x+4)(x+1) \cdot 2 \right] =$$

$$= \frac{\cancel{(x+1)}}{(x+1)^3} \left[ (2x+2)(x+1) - (x^2+2x+4) \cdot 2 \right] =$$

$$= \frac{1}{(x+1)^3} \left[ \cancel{2x^2} + \cancel{2x} + \cancel{2x} + 2 - \cancel{2x^2} - \cancel{4x} - 8 \right] = -\frac{6}{(x+1)^3}$$

Studiamo il segno di  $f''(x)$ :

$$f''(x) = -\frac{6}{(x+1)^3} \geq 0 \Leftrightarrow x \neq -1 \wedge \frac{6}{(x+1)^3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \neq -1 \wedge (x+1)^3 \leq 0 \Leftrightarrow x \neq -1 \wedge x+1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x < -1} \quad \begin{array}{c} -1 \\ \cup \quad \cap \end{array}$$

Quindi la funzione è convessa in  $(-\infty, -1)$

ed è concava in  $(-1, +\infty)$