ECONOMIA APPLICATA M - LEZIONE 10-2

Titolo nota ~~12/12/2016~~ 10/1/20

RATIONAL LAG FUNCTION

$$\mu(L) = \frac{\gamma(L)}{\omega(L)}$$

$\mu(L)$ → GRADO INFINITO

$\gamma(L)$ → DI GRADO FINITO e

$\omega(L)$ → DI GRADO FINITO K

DOVE $e \neq K$

$$\left(I_t - \delta k_{t-1}\right) = \frac{\gamma(L)}{\omega(L)} \Delta\left(\alpha \frac{p_t}{c_t} y_t\right) + \varepsilon_t$$

$$\omega(L)\left(I_t - \delta k_{t-1}\right) = \gamma(L)\Delta\left(\alpha \frac{p_t}{c_t} y_t\right) + \omega(L)\varepsilon_t$$

ES.: $K = 2$ (ORDINE DI $\omega(L)$)

$$\underbrace{(\overset{1}{\omega_0} + \omega_1 L + \omega_2 L^2)}_{\omega(L)}(I_t - \underline{\delta} K_{t-1}) = \gamma(L)\,\Delta\left(\underline{\alpha}\frac{p_t}{c_t}y_t\right) + \underbrace{+(\underset{1}{\omega_0} + \omega_1 L + \omega_2 L^2)\,\varepsilon_t}_{U_t}$$

DI NORMA SI IPOTIZZA $\omega_0 = 1$

ERRORE : $U_t = (1 + \omega_1 L + \omega_2 L^2)\varepsilon_t = \underline{\varepsilon_t} + \omega_1 \varepsilon_{t-1} + \omega_2 \varepsilon_{t-2} \rightarrow$

$$\varepsilon_t = -w_1 \underline{\underline{\varepsilon_{t-1}}} - w_2 \underline{\underline{\varepsilon_{t-2}}} + U_t$$

ERRORE CLASSICO

ε_t È UN ERRORE AR(2). DI CONSEGUENZA:

- BISOGNA TENER CONTO DI TALE AUTOCORRELAZIONE IN FASE DI STIMA
- BISOGNA AVERE OSSERVAZIONI SU C_t (<u>CASO D'USO</u>)

N.B. $y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad , \quad \varepsilon_t \sim AR(1)$

$\Downarrow$

OLS È NON DISTORTO, MA NON È PIÙ EFFICIENTE

$y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \quad \varepsilon_t \sim AR(1)$

$\Downarrow$

$y_{t-1} = \alpha + \beta X_{t-1} + \gamma y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$ $\Rightarrow$ OLS INCONSISTENTE

MODELLO NEOCLASSICO DI INVESTIMENTO (IN PRESENZA DI TASSE)

CASO 1: TUTTI I FATTORI PRODUTTIVI SONO SOGGETTI ALLA MEDESIMA IMPOSIZIONE FISCALE

RISULTATO: LA SOLUZIONE DEL MODELLO RIMANE INVARIATA

R_t = PROFITTI DELL'IMPRESA PRIMA DELLE TASSE

U = ALIQUOTA FISCALE $(0 < U < 1)$

uR_t = TASSE SUI PROFITTI

$R_t - uR_t$ = PROFITTI DOPO LE TASSE

$$\max_{L_t, I_t, \dot{K}_t} \mathcal{L} = \int_0^{\infty} \left[e^{-rt}\left[(1-u)R_t\right] + \lambda_t\left(\dot{K}_t + \delta K_t - I_t\right)\right] dt$$

DOVE $R_t = P_t Y_t - W_t L_t - P_t I_t$

$\Downarrow$

<u>SOLUZIONI</u>: $(1-u)P_t \dfrac{\partial F}{\partial L_t} = W_t(1-u)$ (V. CONDIZIONE DI EQUILIBRIO CON $u=0$,)

$$(1-U)\,P_t \frac{\partial F}{\partial K_t} = (1-U)\,C_t$$

(V. CONDIZIONE DI EQUILIBRIO IN ASSENZA DI TASSE $U=0$)

<u>CASO 2</u> : LA FISCALITÀ COLPISCE UNA QUOTA (NON L'INTERO AMMONTARE) DEL FATTORE PRODUTTIVO <u>CAPITALE</u>

IPOTESI : $V_1 r q_t$ = QUOTA DI COMPONENTE "COSTO OPPORTUNITÀ" SOGGETTA A TASSAZIONE

$V_2 \delta q_t$ = QUOTA DI COMPONENTE "AMMORTAMENTO" SOGGETTA A TASSAZIONE

$$v_3 \dot{q}_t = \text{QUOTA DI COMPONENTE "CAPITAL GAINS/LOSSES" SOGGETTA A TASSAZIONE.}$$

$$u \overbrace{\left(v_1 r q_t + v_2 \delta q_t - v_3 \dot{q}_t \right)}^{\text{PARTE DI } C_t \text{ TASSATA}}$$

u: ALIQUOTA FISCALE

$$(1-u) p_t \frac{\partial F}{\partial K_t} = r q_t + \delta q_t - \dot{q}_t - u\left(v_1 r q_t + v_2 \delta q_t - v_3 \dot{q}_t \right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K_t} = \frac{\overbrace{r q_t + \delta q_t - \dot{q}_t - u\left(v_1 r q_t + v_2 \delta q_t - v_3 \dot{q}_t \right)}^{\tilde{C}_t}}{(1-u) p_t}$$

DOVE $\tilde{C}_t$ È IL "NUOVO" COSTO D'USO DEL CAPITALE (DOPO LE TASSE)

SOTTO L'IPOTESI CHE SOLO UNA QUOTA DI CIASCUNA DELLE SUE COMPONENTI È SOGGETTA A TASSAZIONE

SOSTITUIBILITÀ TRA FATTORI PRODUTTIVI

IMPRESA IMPIEGA $n=2$ FATTORI PRODUTTIVI

a, b QUANTITÀ DEI FATTORI PRODUTTIVI a E b

P_a, P_b PREZZI DEI FATTORI PRODUTTIVI a E b

$\frac{b^*}{a^*}$ = RAPPORTO TRA LE QUANTITÀ OTTIMALI (*) DEI DUE FATTORI PRODUTTIVI

$\frac{P_a}{P_e}$ = PREZZO DELL'INPUT a RELATIVAMENTE AL PREZZO DELL'INPUT e (PREZZI RELATIVI)

SE $\frac{P_a}{P_e} \uparrow$, ALLORA $\frac{e^*}{a^*} \uparrow$ (INFORMAZIONI SULLA <u>DIREZIONE DELLA SOSTITUZIONE</u> TRA a E e)

L'INTERESSE È RISPETTO AL <u>GRADO DI SOSTITUIBILITÀ</u> TRA a E e (MISURAZIONE)

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{ELASTICITÀ DI SOSTITUZIONE}}$

ELASTICITÀ DI SOSTITUZIONE

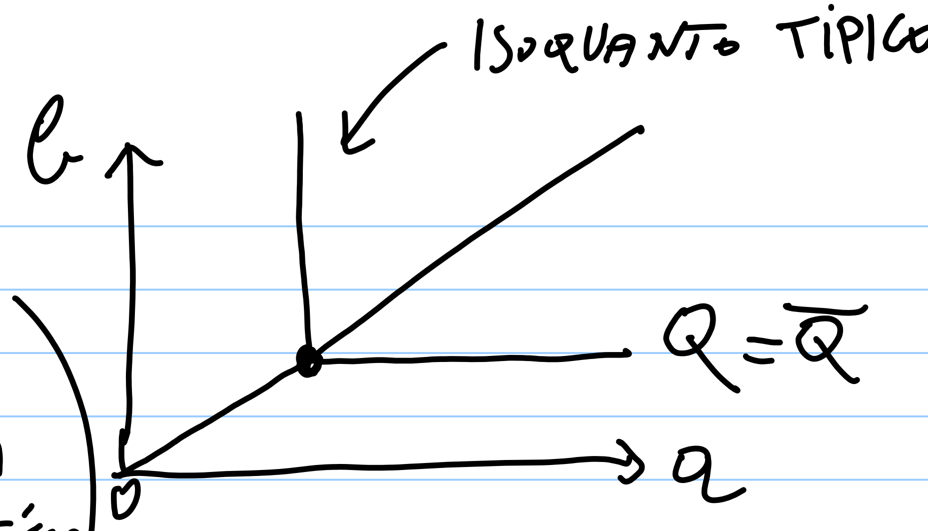
$$\sigma = \frac{d\left(\ell^*/a^*\right) / \left(\frac{\ell^*}{a^*}\right)}{d\left(P_a/P_\ell\right) / \left(\frac{P_a}{P_\ell}\right)} = \frac{\overbrace{d\left(\ell^*/a^*\right) / d\left(\frac{P_a}{P_\ell}\right)}^{\text{GRANDEZZA MARGINALE}}}{\underbrace{\left(\ell^*/a^*\right) / \left(\frac{P_a}{P_\ell}\right)}_{\text{GRANDEZZA MEDIA}}}$$

CARATTERISTICHE

1) $0 \leq \sigma < \infty$

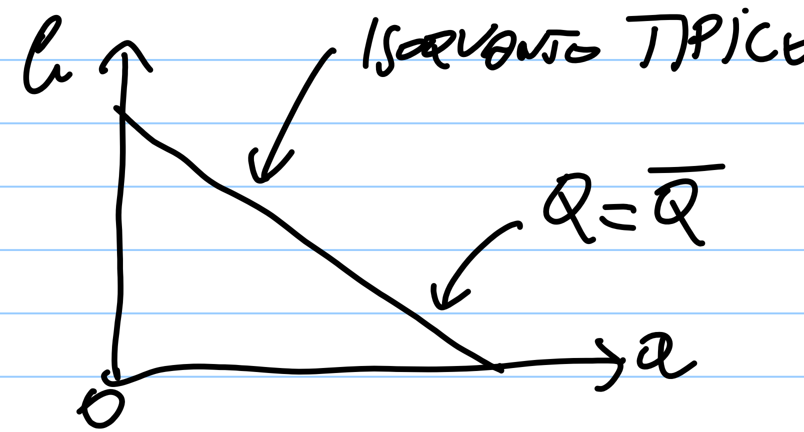
2) $\sigma = 0$

(K E L DEVONO ESSERE UTILIZZATI IN PROPORZIONI FISSE)



3) $\sigma \to \infty$

(K E L PERFETTI SOSTITUTI)



ESEMPI : FUNZIONE DI PRODUZIONE COBB-DOUGLAS

$$Q = A a^{\alpha} \ell^{\beta} \quad , \quad \alpha + \beta \neq 1$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = \alpha A a^{\alpha - 1} \ell^{\beta}$$ (PRODOTTO MARGINALE DI a)

$$\frac{\partial Q}{\partial \ell} = \beta A a^{\alpha} \ell^{\beta - 1}$$ (PRODOTTO MARGINALE DI ℓ)

$$\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial a}}{\dfrac{\partial Q}{\partial e}} = \frac{\alpha \cancel{A} a^{\alpha-1} e^{\beta}}{\beta \cancel{A} a^{\alpha} e^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{e}{a}$$

IN EQUILIBRIO:

$$\frac{\dfrac{\partial Q}{\partial a}}{\dfrac{\partial Q}{\partial e}} = \frac{P_a}{P_e} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{e}{a} = \frac{P_a}{P_e}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{e^*}{a^*} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{P_a}{P_e}}$$

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{\ell^*}{a^*}\right) / d\left(\frac{P_a}{P_\ell}\right)}{\left(\frac{\ell^*}{a^*}\right) / \left(\frac{P_a}{P_\ell}\right)} = \frac{\beta/2}{\beta/2} = \underline{\underline{1}}$$

<u>CONCLUSIONE</u>: LA FUNZIONE DI PRODUZIONE COBB-DOUGLAS È RIGIDA, IN QUANTO COSTRINGE σ A <u>ESSERE UNITARIA</u>

$$\varepsilon_{QP} = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} \simeq \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

$$\frac{dQ/dP}{Q/P}$$

FUNZIONE DI PRODUZIONE CES

CONSTANT ELASTICITY SUBSTITUTION

$$Q = A\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-1/\rho}$$

δ = PARAMETRO "DISTRIBUTIVO" $\quad (0 < \delta < 1)$

ρ = PARAMETRO "DI SOSTITUZIONE" $\quad (\rho \neq 0$, $\rho > -1)$

V. ALLA FINE

COMMENTI

1) RENDIMENTI DI SCALA COSTANTI

$$A\left[\delta(\lambda K)^{-\rho}+(1-\delta)(\lambda L)^{-\rho}\right]^{-1/\rho}\quad,\quad \lambda>0$$

$$=A\left[\underline{\underline{\lambda^{-\rho}}}\,\delta K^{-\rho}+\underline{\underline{\lambda^{-\rho}}}(1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-1/\rho}=$$

$$=\lambda\,\underbrace{A\left[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-1/\rho}}_{Q}$$

2)

$$\boxed{Q = A\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-1/\rho}}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \cancel{-\frac{1}{\rho}} A\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-\frac{1}{\rho}-1} \cdot (1-\delta)\cancel{(-\rho)} L^{-\rho-1}$$

$$= (1-\delta)\underbrace{A\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-\left(\frac{1+\rho}{\rho}\right)}}_{A^{-\rho}\cdot Q^{1+\rho}} \cdot L^{-(1+\rho)}$$

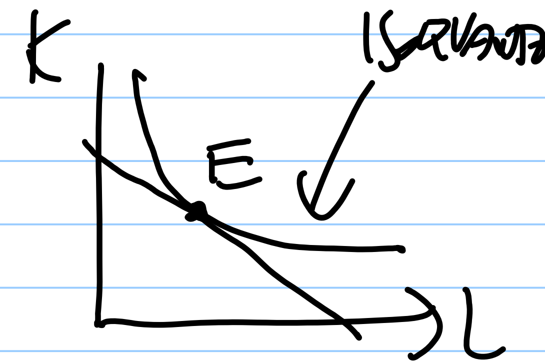
$$\Downarrow$$

PRODOTTO MARGINALE DEL LAVORO

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{1-\delta}{A^{\rho}} \cdot \left(\frac{Q}{L}\right)^{1+\rho}$$

PRODOTTO MARGINALE DEL CAPITALE

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\delta}{A^{\rho}} \left(\frac{Q}{K}\right)^{1+\rho}$$



3) $$\frac{dK}{dL} = -\frac{\partial Q/\partial L}{\partial Q/\partial K} = -\frac{\frac{1-\delta}{\cancel{A^{\rho}}}\left(\frac{\cancel{Q}}{L}\right)^{1+\rho}}{\frac{\delta}{\cancel{A^{\rho}}}\left(\frac{\cancel{Q}}{K}\right)^{1+\rho}} =$$

$$= \boxed{-\frac{(1-\delta)}{\delta} \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^{1+\rho}}$$

4) IN EQUILIBRIO :

$$\left|\frac{dK}{dL}\right| = \frac{P_L}{P_K}$$

$$\frac{1-\delta}{\delta}\cdot\left(\frac{K}{L}\right)^{1+\rho} = \frac{P_L}{P_K}$$

$$\frac{K^*}{L^*} = \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}\cdot\left(\frac{P_L}{P_K}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}$$

5) $d\left(\frac{K^*}{L^*}\right) / d\left(\frac{P_L}{P_K}\right) = \frac{1}{1+\rho} \cdot \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)^{\frac{1}{1+\rho}} \left(\frac{P_L}{P_K}\right)^{\frac{1}{1+\rho}-1}$

6) $\frac{K^*}{L^*} / \frac{P_L}{P_K} = \left(\frac{\delta}{1-\delta}\right)^{\frac{1}{1+\rho}} \left(\frac{P_L}{P_K}\right)^{\frac{1}{1+\rho}-1}$

7) $\sigma = \frac{(5)}{(6)} = \frac{1}{1+\rho}$

N.B. SE $\rho \to 0$, ALLORA $\sigma \to 1$,

CIOÈ CES $\to$ COBB-DOUGLAS

N.B. DATO CHE $0 \leq \sigma \leq \infty$, $\rho > -1$.