Titolo nota

ECONOMIA APPLICATA M - LEZIONE 13 - 1

~~19/12/2016~~ 17/1/20

SOSTITUIBILITÀ TRA FATTORI PRODUTTIVI ($n > 2$)

FORME FUNZIONALI FLESSIBILI (FFF)

FUNZIONE DI COSTO

APPROSSIMAZIONI DEL SECONDO ORDINE DI FUNZIONI DI COSTO NON OSSERVATE

LEONTIEF GENERALIZZATA (LG)

$$C = y\left[\sum_i \sum_j d_{ij} (p_i p_j)^{1/2}\right], \text{ DOVE } d_{ij} = d_{ji}$$

DOMANDE DEI FATTORI PRODUTTIVI

$$x_i = \frac{\partial C}{\partial p_i} \quad (\text{OTTIMALE}) \qquad (\text{LEMMA DI SHEPHARD})$$

$$x_i = y\left[\sum_j d_{ij}\, p_i^{-1/2}\, p_j^{1/2}\right]$$

INTENSITÀ DI x_i RISPETTO A y

$$\frac{x_i}{y} = \sum_j t_{ij} \, P_i^{-1/2} \, P_j^{1/2}$$

<u>N.B.</u> LA NORMALIZZAZIONE PER y MITIGA I PROBLEMI DI ETEROSCHEDASTICITÀ CHE POSSONO CARATTERIZZARE IL MODELLO QUANDO y INTERAGISCE CON I REGRESSORI

$\Downarrow$

SISTEMA DI DOMANDE $\Rightarrow$ SURE / ISURE (ML)

ELASTICITÀ DI SOSTITUZIONE

$$\sigma_{ij} = \frac{C_{ij} \cdot C}{\underbrace{C_i}_{x_i} \underbrace{C_j}_{x_j}}$$, DOVE $C =$ FUNZIONE DI COSTI

$$C_i = \frac{\partial C}{\partial P_i} = x_i$$

$$C_j = \frac{\partial C}{\partial P_j} = x_j$$

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial P_j}(x_i)$$

$$C_i = x_i = y\left[\sum_j \alpha_{ij} P_i^{-1/2} P_j^{1/2}\right]$$

$$C_{ij} = \frac{\partial C_i}{\partial P_j} = \frac{1}{2} y\, \alpha_{ij} P_i^{-1/2} \cdot P_j^{-1/2} = \frac{1}{2} y\, \alpha_{ij} (P_i P_j)^{-1/2}$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_{ij} = \frac{C_{ij} \cdot C}{x_i x_j} = \frac{1}{2} y\, \alpha_{ij} (P_i P_j)^{-1/2} C \Big/ x_i x_j =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_{ij} (P_i P_j)^{-1/2} C}{x_i \cdot x_j / y}$$

σ_{ij} DIPENDE DA UN PARAMETRO (α_{ij}) E DALLE VARIABILI y, P_i, P_j, x_i E x_j (TIME SERIES)

$\Downarrow$ VERSIONE EMPIRICA:

STIME $\hat{\alpha}_{ij}$, i, j UTILIZZANDO SURE / ISURE

$\Downarrow$ $\Rightarrow \hat{C}, \hat{x}_i, \hat{x}_j$

OSSERVATI

FITTATO

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\frac{1}{2}\,\hat{d}_{ij}\,(p_i p_j)^{-1/2}\,\hat{c}}{\hat{x}_i \hat{x}_j / y}$$

OSSERVATO

FITTATI

$$\hat{\sigma}_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{2}\,\hat{d}_{ij}\,(p_i(t)\,p_j(t))^{-1/2}\,\hat{c}(t)}{\hat{x}_i(t)\,\hat{x}_j(t) / y(t)}, \quad t = 1 \dots T$$

COMMENTI

1) $\widehat{\sigma}_{ij}$ VARIA AL VARIARE DI $t = 1 \dots T$

2) $\widehat{\sigma}_{ij}$ DIPENDE DA $\widehat{\theta}_{ij}$ – AFFINCHÉ $\widehat{\sigma}_{ij}$ SIA SIMMETRICA, È NECESSARIO STIMARE θ_{ij} SOTTO I VINCOLI DI SIMMETRIA.

3) VISTO CHE $\widehat{\sigma}_{ij}$ DIPENDE DA $\widehat{\theta}_{ij}$, È NECESSARIO FORNIRE INFORMAZIONI CIRCA LA SIGNIFICATIVITÀ STATISTICA DELLE ELASTICITÀ DI SOSTITUZIONE

ELASTICITÀ DI PREZZO

$$\varepsilon_{ij} = S_j \cdot \sigma_{ij} \quad , \quad \text{DOVE} \quad S_j = \frac{P_j \cdot x_j}{C}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} d_{ij} \left(P_i P_j\right)^{-1/2} \cdot \cancel{C}}{x_i \cdot \cancel{x_j} / y} \cdot \frac{P_j \cdot \cancel{x_j}}{\cancel{C}}$$

$$= \frac{1}{2} d_{ij} P_i^{-1/2} \cdot P_j^{1/2} \Big/ x_i / y = \frac{1}{2} d_{ij} \left(P_i / P_j\right)^{-1/2} \Big/ x_i / y$$

ES $i = K$; $j = E$

$$\varepsilon_{KE} = \frac{1}{2} d_{KE} (p_K/p_E)^{-1/2} / x_K/y$$

DETERMINA IL SEGNO DELL'ESPRESSIONE

$$\varepsilon_{EK} = \frac{1}{2} d_{EK} (p_E/p_K)^{-1/2} / x_E/y$$

N.B. ANCHE IN PRESENZA DI VINCOLI DI SIMMETRIA, LE ELASTICITÀ DI PREZZO NON SONO SIMMETRICHE !

$$\varepsilon_{ii} = \boxed{\frac{\overbrace{\partial x_i}^{\frac{\partial C}{\partial p_i}}}{\partial p_i}} \cdot \frac{p_i}{x_i}$$

ESEMPIO : $i = K$

$$x_K = y\left[\sum_j \alpha_{Kj}\, p_K^{-1/2}\, p_j^{1/2}\right] =$$

$$= y\left[\alpha_{KK}\, p_K^{-1/2}\, p_K^{1/2} + \alpha_{KL}\, p_K^{-1/2}\, p_L^{1/2} + \alpha_{KE}\, \underline{\underline{p_K}}^{-1/2}\, p_E^{1/2} + \alpha_{KM}\, \underline{p_K}^{-1/2}\, p_M^{1/2}\right]$$

CONTINUA NELLA PAGINA SUCCESSIVA

$\underline{\underline{i=k}}$

$$\frac{\partial x_k}{\partial P_k} = y\Big[-\frac{1}{2} d_{kL} P_k^{-\frac{1}{2}-1} P_L^{1/2} - \frac{1}{2} d_{kE} P_k^{-1/2-1} P_E^{1/2} - \frac{1}{2} d_{kn} P_k^{-1/2-1} P_n^{1/2} \Big]$$

$$= y\Big[-\frac{1}{2} d_{kL} P_k^{-1/2} P_L^{1/2} - \frac{1}{2} d_{kE} P_k^{-1/2} P_E^{1/2} - \frac{1}{2} d_{kn} P_k^{-1/2} P_M^{1/2} \Big]$$

$$\varepsilon_{KK} = \left[-\frac{1}{2} d_{KL} P_K^{-1/2} P_L^{1/2} - \frac{1}{2} d_{KE} P_K^{-1/2} P_E^{1/2} - \frac{1}{2} d_{Kn} P_K^{-1/2} P_n^{1/2} \right] / \alpha_K / y$$

$$= \left[-\frac{1}{2} \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq K)}}^{n} d_{Kj} \left(P_K / P_j \right)^{-1/2} \right] / \alpha_K / y$$

IN GENERALE

$$\boxed{\varepsilon_{ii} = \left[-\frac{1}{2}\sum_{j \, (j\neq i)} d_{ij}\left(P_i/P_j\right)^{-1/2}\right] / x_i/y}$$

COMMENTO

VISTO CHE LE ELASTICITÀ (DI SOSTITUZIONE E DI PREZZO) VARIANO AL VARIARE DEL PREZZO, È CONSIGLIABILE RAPPRESENTARE UN VALORE MEDIO DI TALI ELASTICITÀ

IN ALTERNATIVA, LE ELASTICITÀ (DI PREZZO E SOSTITUZIONE) POSSONO ESSERE VALUTATE IN CORRISPONDENZA DI PARTICOLARI ISTANTI TEMPORALI _ (ES. ALCUNI ANNI "IMPORTANTI" ALL'INTERNO DEL CAMPIONE)

CONDIZIONI DI REGOLARITÀ DELLA FUNZIONE DI COSTO

DA VERIFICARSI <u>DOPO LA STIMA</u>

1) MONOTONICAMENTE NON DECRESCENTE NEI PREZZI DEI FATTORI $\Rightarrow \dfrac{\hat{x}_i(t)}{y(t)} \geq 0$, $\underline{\underline{\forall i \text{ E } \forall t}}$

$t = 1 \ldots T$

2) STRETTAMENTE QUASI CONCAVA NEI PREZZI DEI FATTORI

$\Rightarrow$ MATRICE DELLE $m \times m$ ELASTICITÀ DI SOSTITUZIONE $\hat{\sigma}_{ij}(t)$ SIA SEMIDEFINITA NEGATIVA

TRANSLOGARITMICA (TRANSLOG)

$$\underbrace{\log C = \log \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \log P_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \log P_i \cdot \log P_j + \alpha_y \log y + \frac{1}{2}\gamma_{yy}(\log y)^2 + \sum_{i=1}^{m} \gamma_{iy} \log P_i \log y}_{\text{VERSIONE GENERALE / NON RISTRETTA}}$$

VINCOLI (CUMULATIVI)

1) SIMMETRIA : $\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad , \forall i, j$

2) OMOGENEITÀ LINEARE NEI <u>PREZZI</u> DEI FATTORI PRODUTTIVI

$$\sum_i \alpha_i = 1 \ ; \ \sum_i \gamma_{ij} = \sum_j \gamma_{ji} = \sum_i \gamma_{iy} = 0$$

3) OMOTETICITÀ (CIOÈ x_i/x_j INDIPENDENTE DA y)

$$\gamma_{iy} = 0 \quad , \forall i$$

4) OMOGENEITÀ NELL'OUTPUT DI GRADO $1/\alpha_y$

$$\gamma_{yy} = 0$$

5) RENDIMENTI DI SCALA COSTANTI

$$\alpha_y = 1$$

6) COBB-DOUGLAS

$$\gamma_{ij} = 0 \quad , \forall i, j$$

DOMANDE DI FATTORI

$$\frac{\partial \log C}{\partial \log P_i} = \frac{\partial C}{\partial P_i} \cdot \frac{P_i}{C} = \frac{x_i P_i}{C} = S_i$$

$\frac{\partial C}{\partial P_i} = x_i = C_i$

(V. LEMMA DI SHEPHARD)

S_i: FACTOR SHARE

$$\sum_{i=1}^{n} S_i = 1$$

$$\underline{\underline{S_i}} = \frac{\partial \log C}{\partial \log P_i} = \underline{\underline{\alpha_i + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \log P_j + \gamma_{iy} \log y}}$$

$$i = K, L, E, M$$

<u>SISTEMA DI FACTOR SHARES</u>

$$\begin{cases} S_K = \alpha_K + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{Kj} \log P_j + \gamma_{Ky} \log y + U_K \\ S_L = \alpha_L + \sum_j \gamma_{Lj} \log P_j + \gamma_{Ly} \log y + U_L \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_E = \alpha_E + \sum_j \gamma_{Ej} \log P_j + \gamma_{Ey} \log y + u_E \\ S_M = \alpha_M + \sum_j \gamma_{Mj} \log P_j + \gamma_{My} \log y + u_M \end{cases}$$

COMMENTI

1) I REGRESSORI SONO GLI STESSI NELLE DIVERSE FACTOR SHARES $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ IN ASSENZA DI VINCOLI TRA EQUAZIONI DIVERSE (EG IN ASSENZA DI VINCOLI DI SIMMETRIA), SURE = OLS

2) $\underline{\underline{\sum_{i=1}^{m} S_i = 1}} \Rightarrow \sum_{i=1}^{m} U_i = 0 \Rightarrow$ <u>SINGOLARITÀ</u>

VAR. DIP. (S_i)

DELLA MATRICE DI VARIANZE E COVARIANZE DEGLI ERRORI ($\underline{\underline{\Omega}}$)

$\Downarrow$

NON È POSSIBILE UTILIZZARE SURE PER STIMARE <u>LE m FACTOR SHARES</u>

$\Leftarrow$ <u>SOLUZIONE ?</u>

STIMA A SISTEMA DI $(n-1)$ FACTOR SHARE E

OTTENIMENTO DEI VALORI STIMATI DELLA FACTOR SHARE

n-ESIMA DAL VINCOLO: $\sum_{i=1}^{n} S_i = 1$

$\Downarrow$

PROBLEMA ULTERIORE: LE STIME DEI PARAMETRI DELLA TRANSLOG NON SONO IN GENERALE INVARIANTI RISPETTO ALLA FACTOR SHARE ESCLUSA.

SOLUZIONE "FINALE": UTILIZZO DI ØSURE (ITERATED)

INQUANTO TALE STIMATORE È INVARIANTE RISPETTO ALLA FACTORIZATIONE OMESSA.