# Esercitazione 5

Economia Applicata M

Matteo Manera

# Funzione di costo TRANSLOG

❖ Specificazione molto generica, può essere:

- Non-omotetica: le domande degli input dipendono dal livello del prodotto;
- Omotetica: le domande degli input <u>non</u> dipendono dal livello del prodotto

# Funzione di costo TRANSLOG

- ❖ Specificazione non-omotetica generica con *n* input produttivi

$$\ln C = \ln \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \ln P_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \ln P_i \ln P_j +$$

$$+ \alpha_Y \ln Y + \frac{1}{2} \gamma_{YY} \left( \ln Y \right)^2 + \sum_{i=1}^{n} \gamma_{iY} \ln P_i \ln Y \qquad \textbf{(1)}$$

dove $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$

# Funzione di costo TRANSLOG

- Una funzione di costo well-behaved è una funzione di costo omogenea di grado 1 nei prezzi dei fattori produttivi.

- Questo implica che:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$$

e

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ji} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{iY} = 0$$

# Funzione di costo TRANSLOG

- La funzione di costo (1) può essere stimata direttamente;
- Tuttavia, stime più efficienti si ottengono attraverso la stima di funzioni di domanda degli input produttivi ottimali (funzioni di costo minimo), trasformate però in termini di *cost share equations*

# Funzione di costo TRANSLOG
## *cost share equations*

- Si procede differenziando l'equazione (1) rispetto al prezzo degli input produttivi e poi si applica il Lemma di Shephard.
- Si ottiene così

$$\frac{P_i X_i}{C} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \ln P_j + \gamma_{iY} \ln Y \qquad \textbf{(2)}$$

- Dove share costs $S_i = \frac{P_i X_i}{C}$ e $\sum_{i=1}^{n} S_i = 1$

# Funzione di costo TRANSLOG

## *cost share equations*

- Consideriamo quattro input produttivi:

- K capitale
- L lavoro
- E energia
- M input intermedi non energetici

- Funzione  di costo Translog

# Funzione di costo TRANSLOG

## *cost share equations*

- Le equazioni da stimare sono:

$$S_K = \alpha_K + \gamma_{KK} \ln P_K + \gamma_{KL} \ln P_L + \gamma_{KE} \ln P_E + \gamma_{KM} \ln P_M + \gamma_{KY} \ln Y$$

$$S_L = \alpha_L + \gamma_{LK} \ln P_K + \gamma_{LL} \ln P_L + \gamma_{LE} \ln P_E + \gamma_{LM} \ln P_M + \gamma_{LY} \ln Y$$

$$S_E = \alpha_E + \gamma_{EK} \ln P_K + \gamma_{EL} \ln P_L + \gamma_{EE} \ln P_E + \gamma_{EM} \ln P_M + \gamma_{EY} \ln Y$$

$$S_M = \alpha_M + \gamma_{MK} \ln P_K + \gamma_{ML} \ln P_L + \gamma_{ME} \ln P_E + \gamma_{MM} \ln P_M + \gamma_{MY} \ln Y$$

$\Rightarrow$ **Sistema di equazioni (SURE)**

# Funzione di costo TRANSLOG

## *cost share equations*

- Senza restrizioni: **24** coefficienti da stimare
- Con restrizioni: **18** (=24-6) coefficienti da stimare
- **6** restrizioni di simmetria da imporre:

$$\gamma_{KL} = \gamma_{LK} \qquad \gamma_{KE} = \gamma_{EK} \qquad \gamma_{KM} = \gamma_{MK}$$

$$\gamma_{LE} = \gamma_{EL} \qquad \gamma_{ML} = \gamma_{LM} \qquad \gamma_{EM} = \gamma_{ME}$$

# Funzione di costo TRANSLOG

## *cost share equations*

- Funzione di costo omotetica: $\Upsilon_{iY}$=0 per ogni input *i*
- Funzione di costo omogenea in Y: $\Upsilon_{YY}$=0
- Funzione di costo con RSC: $a_Y$=1

# Funzione di costo TRANSLOG
## *cost share equations*

- ATTENZIONE: non è possibile stimare con SURE le $N$ cost share equations $S_i$ perché in questo caso il sistema risulta singolare, dato che per definizione:

$$\sum_{i=1}^{n} S_i = 1$$

# Dataset

```
. des

Contains data from C:\Users\User\Dropbox\esercitazioni manera\esercitazione 5\klem.dta
  obs:            25
 vars:            32                         9 Nov 2012 08:58
 size:         3,150
-------------------------------------------------------------------------------------------
------
              storage  display     value
variable name   type   format      label      variable label
-------------------------------------------------------------------------------------------
------
year            int    %ty                    Year
pk              float  %8.0g                  K, Price Index
pl              float  %8.0g                  L, Price Index
pe              float  %8.0g                  E, Price Index
pm              float  %8.0g                  M, Price Index
tc              float  %9.0g                  Total Cost
k               float  %9.0g                  K, Quantity Index
l               float  %9.0g                  L, Quantity Index
e               float  %9.0g                  E, Quantity Index
m               float  %9.0g                  M, Quantity Index
sk              float  %9.0g                  K, Cost Share
sl              float  %9.0g                  L, Cost Share
se              float  %9.0g                  E, Cost Share
sm              float  %9.0g                  M, Cost Share
-------------------------------------------------------------------------------------------
------
Sorted by:  year
```

# Funzione di costo TRANSLOG

*omogenea lineare nei prezzi dei fattori e omotetica*

- Le <u>*N*-1 equazioni linearmente indipendenti </u>da stimare se, ad esempio, si esprimono i prezzi in termini dell'input M, sono:

$$S_K = \alpha_K + \gamma_{KK} \ln \frac{P_K}{P_M} + \boxed{\gamma_{KL}} \ln \frac{P_L}{P_M} + \gamma_{KE} \ln \frac{P_E}{P_M} + u_K$$

$$S_L = \alpha_L + \boxed{\gamma_{LK}} \ln \frac{P_K}{P_M} + \gamma_{LL} \ln \frac{P_L}{P_M} + \gamma_{LE} \ln \frac{P_E}{P_M} + u_L$$

$$S_E = \alpha_E + \gamma_{EK} \ln \frac{P_K}{P_M} + \gamma_{EL} \ln \frac{P_L}{P_E} + \gamma_{EE} \ln \frac{P_E}{P_M} + u_E$$

# Funzione di costo TRANSLOG

*omogenea lineare nei prezzi dei fattori e omotetica*

- Dove i vincoli di simmetria da imporre sono

**Vincolo(1)** $\gamma_{KL} = \gamma_{LK}$

**Vincolo(2)** $\gamma_{LE} = \gamma_{EL}$

**Vincolo(3)** $\gamma_{EK} = \gamma_{KE}$

# Funzione di costo TRANSLOG

*omogenea lineare nei prezzi dei fattori e omotetica*

- Le *N*-1 equazioni linearmente indipendenti da stimare se, ad esempio, si esprimono i prezzi in termini dell'input E, sono:

$$S_K = \alpha_K + \gamma_{KK} \ln\frac{P_K}{P_E} + \boxed{\gamma_{KL}} \ln\frac{P_L}{P_E} + \gamma_{KM} \ln\frac{P_M}{P_E} + u_K$$

$$S_L = \alpha_L + \boxed{\gamma_{LK}} \ln\frac{P_K}{P_E} + \gamma_{LL} \ln\frac{P_L}{P_E} + \gamma_{LM} \ln\frac{P_M}{P_E} + u_L$$

$$S_M = \alpha_M + \gamma_{MK} \ln\frac{P_K}{P_E} + \gamma_{ML} \ln\frac{P_L}{P_E} + \gamma_{MM} \ln\frac{P_M}{P_E} + u_M$$

# Funzione di costo TRANSLOG

*omogenea lineare nei prezzi dei fattori e omotetica*

- Dove i vincoli di simmetria da imporre sono

**Vincolo(4)** $\gamma_{KL} = \gamma_{LK}$

**Vincolo(5)** $\gamma_{KM} = \gamma_{MK}$

**Vincolo(6)** $\gamma_{LM} = \gamma_{ML}$

# Stata: definizione dei vincoli

- Caso esclusione dell'input M

- `constraint 1 [sk]lplm = [sl]lpkm`
- `constraint 2 [sk]lpem = [se]lpkm`
- `constraint 3 [sl]lpem = [se]lplm`

- Caso esclusione dell'input E
- `constraint 4 [sk]lple = [sl]lpke`
- `constraint 5 [sk]lpme = [sm]lpke`
- `constraint 6 [sl]lpme = [sm]lple`

# Stata: modello SURE

- Una volta definiti i vincoli, si procede con la stima del modello SURE e del modello SURE iterato (ISURE) per entrambi i due casi:
- Esempio: caso no M
- `sureg (sk sl se = lpkm lplm lpem), constraint(1 2 3)`
- `sureg (sk sl se = lpkm lplm lpem), isure constraint(1 2 3)`

```
. est tab sur_m sur_e isur_m isur_e, star(0.1 0.05 0.01) b(%6.4f)
```

| Variable | sur_m | sur_e | isur_m | isur_e |
|---|---|---|---|---|
| sk | | | | |
| lpkm | 0.0300*** | | 0.0297*** | |
| lplm | -0.0002 | | -0.0004 | |
| lpem | -0.0079** | | -0.0102*** | |
| lpke | | 0.0309*** | | 0.0297*** |
| lple | | 0.0004 | | -0.0004 |
| lpme | | -0.0290*** | | -0.0191* |
| _cons | 0.0569*** | 0.0566*** | 0.0570*** | 0.0570*** |
| sl | | | | |
| lpkm | -0.0002 | | -0.0004 | |
| lplm | 0.0751*** | | 0.0754*** | |
| lpem | -0.0033 | | -0.0044* | |
| lpke | | 0.0004 | | -0.0004 |
| lple | | 0.0749*** | | 0.0754*** |
| lpme | | -0.0747*** | | -0.0706*** |
| _cons | 0.2534*** | 0.2535*** | 0.2534*** | 0.2534*** |
| se | | | | |
| lpkm | -0.0079** | | -0.0102*** | |
| lplm | -0.0033 | | -0.0044* | |
| lpem | 0.0271*** | | 0.0188*** | |
| _cons | 0.0439*** | | 0.0443*** | |
| sm | | | | |
| lpke | | -0.0290*** | | -0.0191* |
| lple | | -0.0747*** | | -0.0706*** |
| lpme | | 0.1428*** | | 0.0939*** |
| _cons | | 0.6468*** | | 0.6453*** |

legend: * p<.1; ** p<.05; *** p<.01

# Stata: modello SURE o ISURE?

- Le stime SURE sono sensibili all'input omesso, mentre le stime ISURE no. Quindi è consigliabile prediligere l’uso dello stimatore ISURE

- Lo stimatore ISURE ha le stesse proprietà di uno stimatore di massima verosimiglianza

# Stata: variabili strumentali nei modelli SURE

❖ Se si stima la funzione di costo translog con le quote di costo come variabile dipendente su dati aggregati (come nel nostro caso):

- Si assume implicitamente che i prezzi sono endogeni
- Possibili problemi di equazioni simultanee

→ **3SLS instrumental variable estimator**

# Stata: variabili strumentali nei modelli SUR

❖ Lista degli strumenti:

- z1 US Population
- z2 US Population of Working Age
- z3 Effective Rate of Sales and Excise Taxation
- z4 Effective Rate of Property Taxation
- z5 Government Purchases of Durable Goods
- z6 Government Purchases of Non-Durable Goods and Services
- z7 Government Purchases of Labor Services
- z8 Real Exports of Durable Goods
- z9 Real Exports of Non-Durable Goods and Services
- z10 US Tangible Capital Stock at the End of the Previous Year

# Stime 3SLS

```
. est tab tresls_m tresls_e itresls_m itresls_e, star(0.1 0.05 0.01) b(%6.4f)
```

| Variable | tresls_m | tresls_e | itresls_m | itresls_e |
|---|---|---|---|---|
| sk | | | | |
| lpkm | 0.0255*** | | 0.0254*** | |
| lplm | 0.0008 | | 0.0001 | |
| lpem | -0.0056 | | -0.0102*** | |
| lpke | | 0.0270*** | | 0.0254*** |
| lple | | 0.0027 | | 0.0001 |
| lpme | | -0.0352** | | -0.0153 |
| _cons | 0.0561*** | 0.0553*** | 0.0564*** | 0.0564*** |
| sl | | | | |
| lpkm | 0.0008 | | 0.0001 | |
| lplm | 0.0741*** | | 0.0739*** | |
| lpem | -0.0019 | | -0.0043 | |
| lpke | | 0.0027 | | 0.0001 |
| lple | | 0.0737*** | | 0.0739*** |
| lpme | | -0.0763*** | | -0.0697*** |
| _cons | 0.2538*** | 0.2540*** | 0.2539*** | 0.2539*** |
| se | | | | |
| lpkm | -0.0056 | | -0.0102*** | |
| lplm | -0.0019 | | -0.0043 | |
| lpem | 0.0375** | | 0.0213** | |
| _cons | 0.0433*** | | 0.0442*** | |
| sm | | | | |
| lpke | | -0.0352** | | -0.0153 |
| lple | | -0.0763*** | | -0.0697*** |
| lpme | | 0.1731*** | | 0.0918*** |
| _cons | | 0.6475*** | | 0.6455*** |

legend: * p<.1; ** p<.05; *** p<.01

# Stima indiretta dei coefficienti

- Il passaggio successivo è andare a calcolare indirettamente i coefficienti stimati

- In particolare, dal vincolo:

$$\boxed{\alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \alpha_E = 1}$$

- Otteniamo che (caso esclusione di E)

$$\alpha_E = 1 - (\alpha_K + \alpha_L + \alpha_M)$$

- Oppure (caso esclusione di M)

$$\alpha_M = 1 - (\alpha_K + \alpha_L + \alpha_E)$$

# Stima indiretta dei coefficienti

- In STATA (caso esclusione di M):

```
scalar ak = [sk]_b[_cons]
scalar al = [sl]_b[_cons]
scalar ae = [se]_b[_cons]
scalar am = 1-(ak+al+ae)
```

# Stima indiretta dei coefficienti

- Il passaggio successivo è andare a calcolare indirettamente i coefficienti stimati

- In particolare, dal vincolo:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ij} = \gamma_{KK} + \gamma_{KL} + \gamma_{KM} + \gamma_{KE} = 0}$$

- Otteniamo che (caso esclusione di M)

$$\gamma_{KM} = -(\gamma_{KK} + \gamma_{KL} + \gamma_{KE})$$

- Oppure (caso esclusione di E)

$$\gamma_{KE} = -(\gamma_{KK} + \gamma_{KL} + \gamma_{KM})$$

# Stima indiretta dei coefficienti

- In STATA (caso esclusione di M):

- scalar gkk = [sk]_b[lpkm]
- scalar gkl = [sk]_b[lplm]
- scalar gke = [sk]_b[lpem]
- scalar gkm = -(gkk + gkl + gke)

Ed in modo analogo

- scalar gll = [sl]_b[lplm]
- scalar gle = [sl]_b[lpem]
- scalar glm = -(gll + gkl + gle)

- scalar gee = [se]_b[lpem]
- scalar gem = -(gee + gke + gle)
- scalar gmm = -(gkm+glm+gem)

# Stima delle elasticità di sostituzione

- **<u>N.B.</u> Le elasticità parziali di sostituzione (di Allen-Uzawa) per la funzione Translog vengono calcolate come segue:**

$$\sigma_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + S_i S_j}{S_i S_j} \qquad i= 1, ..,n,\ j= 1, \ldots, n\ i \neq j$$

$$\sigma_{ii} = \frac{\gamma_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i^2} \qquad i= 1, ..,n$$

# Stima delle elasticità di prezzo

- **N.B. Le elasticità di prezzo per la funzione Translog vengono calcolate come:**

$$\boxed{\varepsilon_{ij} = S_j \sigma_{ij}}$$

**e quindi**

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij} + S_i S_j}{S_i}$$ *i*= 1, ..,*n*, *j*= 1, …, *n* *i*≠*j*

$$\sigma_{ii} = \frac{\gamma_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i}$$ *i*= 1, ..,*n*

# Stima delle elasticità di sostituzione parziale

| Variable | Obs | Mean | Std. Dev. | Min | Max |
|---|---|---|---|---|---|
| sigma_skk | 25 | -7.211511 | .2325773 | -7.40532 | -6.686371 |
| sigma_sll | 25 | -1.643626 | .0775869 | -1.810645 | -1.508912 |
| sigma_see | 25 | -11.94475 | .2447039 | -12.28733 | -11.36747 |
| sigma_smm | 25 | -.3561346 | .0252414 | -.3937577 | -.3010807 |
| sigma_skl | 25 | .9745051 | .00291 | .9689417 | .9780709 |
| sigma_ske | 25 | -3.316652 | .4451973 | -3.954209 | -2.431798 |
| sigma_skm | 25 | .4260653 | .0420163 | .3391567 | .5005929 |
| sigma_sle | 25 | .6387946 | .0245641 | .5798808 | .6890308 |
| sigma_slm | 25 | .5890247 | .0114143 | .5658141 | .6085732 |
| sigma_sem | 25 | .8530735 | .0112648 | .8314467 | .8743205 |

# Stima delle elasticità di prezzo

```
. sum epsilon_Ekk epsilon_Ell epsilon_Eee
```

| Variable | Obs | Mean | Std. Dev. | Min | Max |
|---|---|---|---|---|---|
| epsilon_Ekk | 25 | -.3866453 | .0433498 | -.4573212 | -.3077035 |
| epsilon_Ell | 25 | -.4501528 | .0008473 | -.4507413 | -.4477253 |
| epsilon_Eee | 25 | -.5346438 | .0261244 | -.5827665 | -.4869503 |

```
. sum sigma_skl epsilon_Ekl epsilon_Elk
```

| Variable | Obs | Mean | Std. Dev. | Min | Max |
|---|---|---|---|---|---|
| sigma_skl | 25 | .9745051 | .00291 | .9689417 | .9780709 |
| epsilon_Ekl | 25 | .2674896 | .0131102 | .2400215 | .2905069 |
| epsilon_Elk | 25 | .0521359 | .0045053 | .0445902 | .0604986 |

```
. sum sigma_sle epsilon_Ele epsilon_Eel
```

| Variable | Obs | Mean | Std. Dev. | Min | Max |
|---|---|---|---|---|---|
| sigma_sle | 25 | .6387946 | .0245641 | .5798808 | .6890308 |
| epsilon_Ele | 25 | .0286861 | .0029202 | .0244079 | .035324 |
| epsilon_Eel | 25 | .1754209 | .0119617 | .1433894 | .1959294 |

```
. sum sigma_ske epsilon_Eke epsilon_Eek
```

| Variable | Obs | Mean | Std. Dev. | Min | Max |
|---|---|---|---|---|---|
| sigma_ske | 25 | -3.316652 | .4451973 | -3.954209 | -2.431798 |
| epsilon_Eke | 25 | -.1478425 | .0165588 | -.1765483 | -.1198335 |
| epsilon_Eek | 25 | -.1759173 | .0164105 | -.2041568 | -.1414649 |