

# Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti\*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale  
Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

14 Gennaio 2020

**Istruzioni:** L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova.

Al termine della prova devi riconsegnare *tutti e solo* i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola.

*I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Problema/Esercizio:* Chiunque possiede un cane sente il bisogno di cercare l'equivalente della sua età con quella di un essere umano. Il criterio più diffuso è quello di moltiplicare l'età del cane per sette. L'età umana in anni è quindi data dalla seguente funzione lineare  $g$  dell'età del cane in anni:

$$y = g(x) = 7 \cdot x$$

dove  $y$  è l'età umana in anni e  $x$  l'età del cane in anni. Così, per esempio, in base a tale funzione, se Fido ha 10 anni e 6 mesi (10,5), dovremo immaginarlo come un anziano di 73 anni e 6 mesi (73,5).

Basandosi sulle modifiche nel tempo del DNA, più precisamente su un meccanismo epigenetico chiamato "metilazione", confrontando i dati di più di 100 labrador retriever tra 1 e 16 anni di età con i profili di metilazione provenienti da più di 300 esseri umani di età compresa tra 1 e 103 anni, in un recente studio un team di ricercatori (Wang *et al.*, bioRxiv, 2019) è giunto alla seguente funzione che calcola in modo molto più accurato questa equivalenza:

$$y = f(x) = 31 + 16 \cdot \ln x$$

dove  $\ln$  è il logaritmo naturale (il logaritmo base  $e$ , il numero di Nepero, o di Eulero) e, come sopra,  $y$  è l'età umana in anni e  $x$  l'età del cane in anni.

---

\*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (a) (2 punti) Utilizzando la funzione  $f$ , calcola il corrispettivo in anni umani di un labrador a, rispettivamente, 3 mesi, 6 mesi, 1 anno, 9 anni e 12 anni di vita.
- (b) (2 punti) Calcola il valore di  $x$  (l'età del cane) al di sotto del quale la funzione  $f$  restituisce valori negativi, dando luogo a risultati assurdi per l'età umana e risultando pertanto non utilizzabile.
- (c) (2 punti) Partendo da  $f$ , che è iniettiva nel suo insieme di definizione  $(0, +\infty)$ , determina la *funzione inversa*  $f^{-1}$ , che permette di determinare l'equivalente in anni "canini" degli anni di un uomo.
- (d) (2 punti) Utilizzando la funzione  $f^{-1}$  calcolata al punto precedente, determina l'equivalente in anni canini dell'età di un uomo di 47 anni.
- (e) (2 punti) Calcola le *derivate prime* delle funzioni  $g$  e  $f$ .
- (f) (2 punti) Calcola le *derivate seconde* delle funzioni  $g$  e  $f$ .
- (g) (2 punti) Studiando il segno della derivata seconda di  $f$ , determina la *concavità/convessità* di  $f$ .
- (h) (2 punti) Calcola il valore delle derivate prime  $g'(x)$  e  $f'(x)$  (trovate al punto e) nel punto  $x = 4$  ed interpreta il risultato. Cosa indicano i numeri ottenuti?
- (i) (2 punti) Disegna nello stesso piano cartesiano i *grafici* qualitativi delle funzioni  $g$  ed  $f$  per  $x$  nell'intervallo  $[1/4, 12]$ .
- (j) (2 punti) Utilizzando lo *sviluppo di Taylor al primo ordine* con centro  $x_0 = 1$ , calcola la funzione lineare (la retta) che approssima meglio la funzione non lineare  $f$  per un cane di un anno.
- (k) (2 punti) Calcola l'età del cane (in anni) in corrispondenza della quale è massima la sottostima che la funzione  $g$  fa degli equivalenti anni umani rispetto alla funzione  $f$ .  
*Suggerimento:* trova il *punto di massimo* della funzione  $h(x) = f(x) - g(x)$ .
2. *Problema.* Il poké è un piatto di origine hawaiana a base di pesce crudo. Alcuni locali danno la possibilità di comporre il proprio poké bowl scegliendo tra gli ingredienti messi a disposizione. Supponiamo che un locale permetta di comporre il proprio poké scegliendo esattamente: i) 2 basi tra 6 disponibili (riso, pasta, quinoa, orzo, farro, insalata); ii) 1 pesce tra 4 disponibili (salmone, tonno, gambero, polpo); iii) 3 condimenti tra 15 disponibili (maionese, salsa di soia, olio di oliva, noci, wasabi, ecc.)
- (a) (2 punti) Immaginando di andare ogni giorno a pranzo in quel locale, se si vuole ordinare ogni volta un poké diverso dopo quanti giorni questo non sarà più possibile e si sarà costretti ad ordinare un poké con un mix di ingredienti già assaggiato?
- (b) (2 punti) Qual è la probabilità che un tuo amico indovini il poké che hai ordinato in un particolare giorno scegliendone a caso uno? Come cambia tale probabilità se quel giorno il tuo poké conteneva salmone e maionese e il tuo amico lo sa?
- (c) (2 punti) Quanti poké diversi è invece possibile ordinare se è possibile comporre il poké scegliendo: i) al massimo 2 basi (nessuna, una o due) tra 6 disponibili; ii) al massimo 1 pesce (nessuno o uno) tra 4 disponibili; iii) al massimo 3 condimenti tra 15 disponibili.
3. (2 punti) *Problema.* Durante i saldi di fine stagione, girando per negozi trovi un vestito che ti piace scontato del 18%. Con lo sconto alla cassa lo paghi 250 euro e 92 centesimi. Quanto avresti pagato il vestito senza lo sconto?

---

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	22	6	2	30
Punteggio:				