

# Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti\*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale  
Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

10 Giugno 2020

**Istruzioni:** L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova.

Al termine della prova devi riconsegnare *tutti e solo* i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola.

*I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale  $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$ :

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

dove  $\ln x$  è il logaritmo naturale (base  $e$ , il numero di Nepero o Eulero) di  $x$ .

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione.
- (b) (2 punti) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
- (c) (2 punti) Determina il *segno della funzione* nel campo di esistenza,  $f(x) \geq 0$ .
- (d) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti orizzontali* calcolando i *limiti* di  $f(x)$  per  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$ .
- (e) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (f) (2 punti) Calcola il limite di  $f(x)$  per  $x$  che tende a 0 da destra ( $x \rightarrow 0^+$ ).
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata prima*  $f'(x)$  e determina i valori per cui  $f(x)$  è *crescente/decrescente* studiando il segno della derivata.
- (h) (3 punti) Calcola la *derivata seconda*  $f''(x)$  e determina la *concavità/convessità* di  $f(x)$  studiando il segno di tale derivata.

---

\*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (i) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione  $f(x)$  nell'intervallo  $x \in (0, 2)$ .
2. *Problema*: In Italia la ritenuta alla fonte a titolo di imposta dei dividendi è pari al 26% (su ogni euro di dividendi accreditato la banca addebita 26 centesimi a titolo di imposta).
- (a) (2 punti) Se la banca ti addebita sul conto 312 euro a titolo di imposta sui dividendi a quanto ammontano i dividendi che hai percepito al netto di queste imposte?
- (b) (2 punti) Esprimi i dividendi netti  $d$  (in euro) in funzione delle imposte  $t$  (in euro), costante l'aliquota al 26%, e disegna il grafico di questa funzione.
- (c) (2 punti) In base a quanto sopra, sai dire come e di quanto variano i dividendi netti per ogni euro aggiuntivo addebitato a titolo di imposta se l'aliquota rimane costante al 26%? Tale variazione è costante oppure dipende dal livello iniziale delle imposte?
3. (3 punti) *Problema*. Un'urna contiene 10 palline bianche, 20 palline nere e 5 palline rosse. Ragionando in termini di casi favorevoli su casi possibili, calcola la probabilità che, estraendo tre palline a caso dall'urna senza reinserimento (senza cioè reinserire la pallina nell'urna dopo averla estratta), queste siano tutte bianche.

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	21	6	3	30
Punteggio:				