

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

2 Luglio 2020

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso. Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti. Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare *tutti e solo* i fogli ricevuti. Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione.
- (b) (3 punti) Determina la *segno della funzione* nel campo di esistenza ($f(x) \geq 0$) e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (c) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (d) (3 punti) Dopo aver calcolato i *limiti* di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$, mostra che esiste ed è finito e diverso da zero il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = m$$

Dopo aver calcolato il limite m , calcola anche il seguente limite, mostrando che esiste ed è finito:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = q$$

Infine, dopo aver determinato anche il limite q , potrai determinare l'equazione dell'*asintoto obliquo* di $f(x)$, poiché questo è dato dalla retta di equazione: $y = mx + q$.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (e) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (f) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ studiando il segno di tale derivata.
- (g) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$ nell'intervallo $x \in (-5, 2)$.
2. *Problema.* In un Paese il numero di morti dovuti a una determinata malattia infettiva sta crescendo in modo esponenziale. Dai dati a disposizione risulta che il tempo di raddoppio è esattamente una settimana (i morti totali raddoppiano ogni 7 giorni) e i morti totali fino a oggi sono stati circa 20 mila.
- (a) (3 punti) Di quanto crescono in termini percentuali i morti totali ogni giorno?
- (b) (3 punti) Quante nuove morti si sono registrate all'incirca negli ultimi due giorni?
- (c) (2 punti) Quante nuove morti ci si aspetta avverranno nei prossimi due giorni?
3. (3 punti) *Problema.* Immagina di avere 5 portachiavi e 25 chiavi e di dover decidere come distribuire queste chiavi tra i diversi portachiavi. Qual è il numero delle possibilità tra cui scegliere se sai che non devi necessariamente utilizzare tutti i portachiavi e che ognuno di questi può contenere se si vuole anche tutte le chiavi?

| | | | | |
|---------------------|----|---|---|--------|
| Esercizio/Problema: | 1 | 2 | 3 | Totale |
| Punti: | 19 | 8 | 3 | 30 |
| Punteggio: | | | | |