

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

10 Febbraio 2021

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso. Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
- (b) (3 punti) Indicando con A l'insieme di definizione di f individuato al punto precedente, determina: i) l'insieme dei *punti interni* di A ; ii) l'insieme dei *punti esterni* di A ; iii) l'insieme dei *punti di frontiera* di A ; iv) l'*insieme complementare* di A ; v) l'*insieme derivato* di A . Inoltre, stabilisci se A è un insieme *aperto*, *chiuso* o né aperto né chiuso.
- (c) (2 punti) Determina il *segno della funzione* nel campo di esistenza ($f(x) \geq 0$) e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (d) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (e) (2 punti) Calcola i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.
- (f) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (h) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.
- (i) (4 punti) Risolvi la seguente disequazione:

$$f(x) \geq 2$$

e individua l'insieme delle soluzioni nel grafico precedente.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. (3 punti) *Problema:* Un tuo conoscente ha preso in prestito una determinata somma a un tasso di interesse composto annuo del 5% e, non avendo mai pagato gli interessi né rimborsato il capitale iniziale, dopo 10 anni deve all'istituto di credito 8.144,5 euro. Ricordando che nel regime dell'interesse composto l'interesse maturato alla fine di ogni periodo (in questo caso l'anno) viene capitalizzato, ossia si aggiunge al capitale iniziale e contribuisce a far maturare i nuovi interessi nel periodo successivo, qual è la somma di denaro che questa persona aveva preso in prestito 10 anni fa?
3. (3 punti) *Problema:* Stai preparando lo zaino per una piccola vacanza e hai deciso di portare con te solo tre paia di pantaloni e cinque magliette. Nel guardaroba hai venti pantaloni e quaranta magliette. Se ti occorresse un decimo di secondo per vagliare ciascuna delle possibilità che hai di fronte, quanto tempo impiegheresti all'incirca per passarle tutte al vaglio?

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	24	3	3	30
Punteggio:				