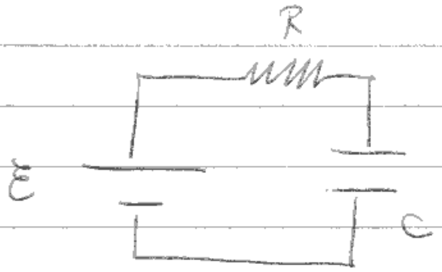
Prima prova scritta del 1/9/18

1)



Applicando la conservazione dell'energia si ha

$$q\mathcal{E} = q\Delta V_R + q\Delta V_C$$

dove q è la carica, $\Delta V_R = Ri$ è la caduta sul resistore
$\Delta V_C = \frac{q}{C}$ è l'energia immagazzinata nel condensatore

$$\mathcal{E} = Ri + \frac{q}{C}$$

Poiché $i = \frac{dq}{dt}$ $\qquad \mathcal{E} = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

che è un'equazione differenziale del I ordine lineare a coefficienti costanti.

Risolvendo per separazione di variabili

$$dt = \frac{R\,dq}{\mathcal{E} - q/C}$$

ovvero, detto $\tau = RC$,

$$\int_0^t \frac{dt}{\tau} = -\int_0^{q(t)} \frac{dq}{-\mathcal{E}C + q}$$

$$-t/\tau = \ln\left(\frac{q(t) - \mathcal{E}C}{-\mathcal{E}C}\right)$$

$$1 - \frac{q(t)}{\mathcal{E}C} = \exp\left(-t/\tau\right),$$

$$q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Poiché $i(t) = \frac{dq}{dt}$ $\quad i(t) = \frac{\mathcal{E}C}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau}$

Si ha quindi

a) Detto t^* il tempo per raggiungere il 70% della carica massima $q_0 = \mathcal{E}C$

$$0.7 \cdot \cancel{\mathcal{E} \cdot C} = \cancel{\mathcal{E}C}\left(1 - e^{-t^*/\tau}\right)$$

$$e^{-t^*/\tau} = 0.3$$

$$t^* = -\tau \ln(0.3) \simeq 1.2 \cdot RC \simeq 1.2 \text{ ms}$$

b) Quando il condensatore è completamente carico su di esso compare la carica $q_{max} = \mathcal{E} \cdot C$

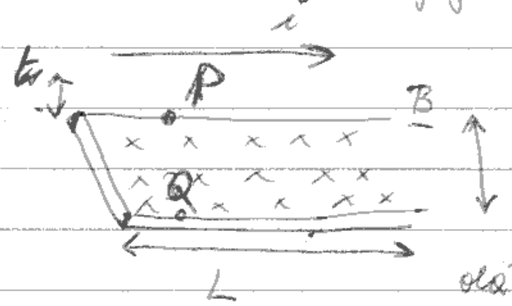
L'energia immagazzinata è dunque

$$W = \frac{1}{2} q \cdot V = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}^2 C^{\cancel{2}}}{\cancel{C}} = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

$$\simeq 5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

2) Si consideri un pezzo di ~~metallo~~ conduttore rettangolare, di lunghezza L, spessore t e larghezza w.

Supponiamo che il metallo sia attraversato dalla corrente i e sia immerso in un campo magnetico di intensità B, apposto uniforme ed ortogonale al metallo stesso (si veda la figura).



Si osserverà allora che compare una differenza di potenziale w non nulla tra i punti P e Q indicati. A tale d.d.p. si dà il nome di potenziale Hall (ΔV_H).

Il fenomeno si spiega nel seguente modo.
Su ciascun portatore di carica q agisce la forza di Lorentz $\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B})$ di modo che, nella figura, i portatori di carica negativi vanno verso l'alto.
Per neutralità di carica, sui portatori negativi ~~compari~~ agirà un campo elettrico di richiamo che, all'equilibrio bilancia la forza di Lorentz. Avremo allora, essendo $\underline{v} \perp \underline{B}$,

$$\cancel{q}E = \cancel{q}vB \quad ; \quad E = vB$$

v è qui la velocità di deriva, che appare nella definizione di densità di corrente $j = nqv$
(n è la densità dei portatori di carica)
Si ha dunque $v = j/nq$, ovvero:

$$E = \frac{jB}{nq}$$

Poiché $\Delta V_H = E \cdot w$, si ha infine

$$\Delta V_H = \frac{jBw}{nq}$$

Al fine di stimare n assumeremo che ciascun atomo/molecola di un materiale solido conduttore contribuisca con un portatore di carica. Si tratta quindi di stimare il numero di atomi/molecole per unità di volume in un solido.

Consideriamo come elemento di riferimento l'acqua (densità $\rho = 1\ g/cm^3$; H_2O)

In 1 g d'acqua vi sono $\frac{1\ g}{18\cdot 1.67\cdot 10^{-24}\ g} \simeq 3.3\cdot 10^{22}$ molecole

ovvero $\frac{3.3\cdot 10^{22}}{10^{-6}\ m^3} \simeq 3.3\cdot 10^{28}\ m^{-3}$ molecole al metro cubo.

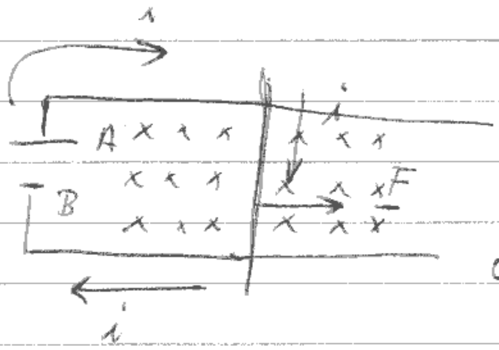
Possiamo quindi stimare che la densità dei portatori di carica in un solido conduttore debba essere $\boxed{\simeq 10^{28}\ m^{-3}}$

3)

a) Sulla sbarra agisce la forza

$$\underline{F} = I\ \underline{l} \times \underline{B}$$ diretta verso DX.

La sbarra si muove quindi verso DX.



b) Se I = costante, F è costante (perché così mantenuta)

$$F = IlB \simeq 6.4\cdot 10^{-2}\ N$$

c) Dunque l'accelerazione

$$a = \frac{F}{m} = \frac{IlB}{m}$$ è costante $\simeq 0.64\ m/s^2$

d) Si ha moto rettilineo uniformemente accelerato per il quale $v = a\cdot t = 9.6\ m/s$

$$\Delta s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{IlB}{m}t^2 \simeq 72\ m$$

(costante)

e) Il generatore eroga una potenza $P = I\cdot V = RI^2$ e quindi compie un lavoro

$$W = P\cdot\Delta t = RI^2\Delta t = 300\ J$$