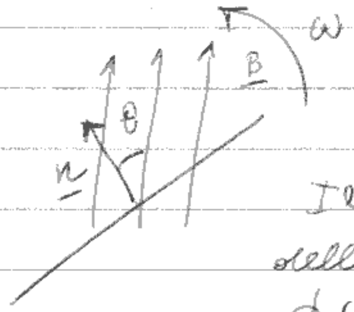
Seconda prova scritta del 4/9/18

1)



Si tratta di applicare la legge di Faraday

Il flusso di $\underline{B}$ attraverso la superficie della spira è

$$\phi(\underline{B}) = \underline{B}\cdot\underline{n}\, l^2 = B\cos\theta\, l^2$$

Poiché $\omega = \text{cost}$, $\theta = \omega t$ e $\phi(\underline{B}) = Bl^2\cos(\omega t)$

$$f_{em} = -\frac{d\phi}{dt} = l^2 B\omega\, \text{sen}(\omega t)$$

a) la f_{em} ha valore massimo $V_0 = l^2\omega B \cong 6\ V$

b) Sulla resistenza della spira si dissipa istantaneamente la potenza

$$P = Ri^2(t) = \frac{f_{em}^2}{R} = \frac{B^2\omega^2 l^4}{R}\,\text{sen}^2(\omega t)$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)\,dt = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} \frac{B^2\omega^2 l^4}{R}\,\text{sen}^2(\omega t)\,dt =$$

$$= \frac{B^2\omega^2 l^4}{2R} \simeq 1.8\ W$$

c) La potenza (media) fatto dal momento meccanico deve eguagliare la potenza (media) dissipata, ovvero

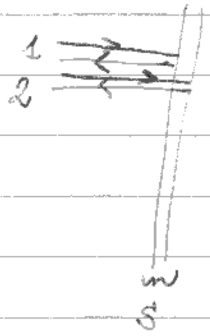
$$\omega\langle\tau\rangle = \frac{B^2\omega^2 l^4}{2R}\ ;\quad \langle\tau\rangle = \frac{B^2\omega l^4}{2R} = 3\cdot 10^{-3}\ N\cdot m$$

Il sistema si può considerare un prototipo di generatore di tensione alternata perché converte energia meccanica (rotazione alla velocità angolare ω, qui uniforme) in tensione alternata.

Ad esempio, in una centrale elettrica, mediante questo principio si può convertire l'energia cinetica delle turbine (ad es. ~~sospinte~~ da acqua o vapore) in tensione (e dunque corrente) alternata.

2)

$s = 250$ nm $n = 1{,}36$



a) Si ha un fenomeno di interferenza tra il raggio 1 ed il raggio 2

Il raggio 1 è riflesso dalla prima superficie della bolla, mentre il secondo è riflesso dalla seconda superficie e propaga, per un tratto s, all'interno di un mezzo il cui indice di rifrazione è n.

Lo sfasamento tra i raggi 1 e 2 è quindi

$$\Delta\phi = \underbrace{\frac{2\pi\, 2s}{\lambda_n}}_{\text{fase del raggio 2}} - \underbrace{\pi}_{\text{fase del raggio 1 a seguito di riflessione tra mezzo otticamente meno denso e più denso}} = \frac{4\pi n s}{\lambda} - \pi$$

λ indica la lunghezza d'onda in vuoto

b) Si ha interferenza costruttiva se $\Delta\phi = m 2\pi$ con $m = 0, 1, 2..$

ovvero se

$$\frac{4\pi n s}{\lambda} - \pi = 2\pi m;$$

$$2ns = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad m = 0, 1, 2...$$

Si ha invece interferenza distruttiva se $\Delta\phi = 2\pi m + \pi$ $m = 0, 1, 2..$

ovvero se $2ns = m\lambda$ $m = 0, 1, 2...$

c) Il colore più soppresso è quello che subisce interferenza distruttiva, cioè

$$\lambda = \frac{2ns}{m} \simeq \frac{680\ nm}{m}$$

Se $m = 1, 2, 3 \ldots$ si ha $\lambda = 680\ nm,\ 340\ nm \ldots$
Di questi è nella banda visibile $\lambda = 680\ nm$,
ovvero il colore <u>rosso</u>

d) Il colore più luminoso nella luce riflessa è quello che subisce interferenza costruttiva, cioè

$$\lambda = \frac{2ns}{m+\frac{1}{2}} \simeq \frac{680\ nm}{m+\frac{1}{2}}$$

Se $m = 0, 1, 2, 3 \ldots$ $\lambda \simeq 1360\ nm,\ 453\ nm,\ 272\ nm \ldots$

Di questi è nella banda visibile $\lambda = 453\ nm$, cioè il <u>blu-violetto</u>

e) La bolla di sapone apparirà prevalentemente di colore blu-violetto

3) Il modello di Bohr si fonda sui seguenti due postulati

a) Le orbite stabili per un elettrone che orbiti attorno ad un nucleo di idrogeno (o idrogenoide) sono circolari e tali per cui il momento angolare L è quantizzato secondo la regola

$$L = n\hbar \quad \text{con } n = 1, 2, 3 \ldots$$

e h la costante di Planck; $\hbar = h/2\pi$

b) L'emissione di radiazione avviene quando l'elettrone transita tra due orbite stabili, secondo la relazione

$$h\nu = E_n - E_m$$

dove ν è la frequenza della radiazione emessa ed E_n ed E_m sono le energie delle orbite stabili n-esima ed m-esima rispettivamente. Il medesimo postulato vale per la radiazione assorbita.

Per un elettrone in orbita circolare si ha

$$L = m v r = n \hbar$$

Il moto avviene sotto l'azione della forza di Coulomb tra elettrone e nucleo, ovvero

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \underbrace{\frac{m v^2}{r}}_{\text{Forza centripeta}} = \frac{(m v r)^2}{m r^3} = \frac{L^2}{m r^3} = \frac{n^2\hbar^2}{m r^3}$$

Segue

$$\frac{e^2 r}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{n^2\hbar^2}{m} \quad \text{ovvero} \quad r_n = n^2 a_0$$

essendo $a_0 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m e^2} \simeq 0{,}53\ \mathring{A}$

L'energia dell'elettrone legato è

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \text{e} \quad m v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \text{(vedi sopra)}$$

da cui $E_n = -\dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$

Quindi

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 n^2 a_0} = -\frac{R}{n^2}$$

essendo $R = \dfrac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} \simeq 13.6\ eV$ (costante di Rydberg)

Applicando il secondo postulato di Bohr, per una transizione da $n = 3$ ad $m = 2$, la radiazione ha frequenza.

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{-R}{h}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}\right)$$
$$= 4.56 \cdot 10^{14}\ Hz$$

a cui corrisponde la lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \simeq 658\ nm$$

che è luce visibile nel rosso