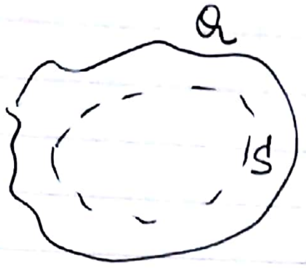
1) Prima prova scritta 5/2/18



Detto $\underline{E}$ il campo elettrico:

a) Se, per assurdo, fosse $E \neq 0$ allora su una carica q agirebbe la forza $F = qE$ che la metterebbe in moto, contro l'ipotesi di equilibrio elettrostatico

b) Applicando il teorema di Gauss ad una generica sup. chiusa e interna al conduttore si ha

$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = q/\varepsilon_0$$ poiché $E=0$ dentro il conduttore,

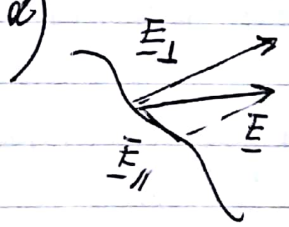
si conclude che $q=0$ in un qualunque punto interno al conduttore. Q può solo essere quindi in superficie.

c) Ricordando la relazione tra potenziale V e campo elettrico $\underline{E}$

$$\underline{E} = -\underline{\nabla} V$$

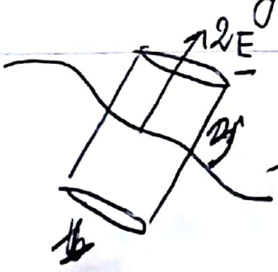
Poiché $E=0$ nel conduttore, $\underline{\nabla} V = 0 \Rightarrow V = \text{costante}$ ovunque

d)



Se per assurdo in vicinanza della superficie, E avesse una componente parallela $E_\parallel \neq 0$ allora questa metterebbe in moto la carica in superficie, contro l'ipotesi di equilibrio elettrostatico

e) Applicando il teorema di Gauss alla superficie cilindrica in figura



$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = q/\varepsilon_0$$

→ sup. conduttore $S = S_1 + S_2 + S_3$ → sup. laterale

Poiché $\underline{E} \perp$ sup. conduttore, $\int_{S_3} \underline{E} \cdot d\underline{S} = 0$

Poiché $E = 0$ all'interno del conduttore $\int_{S_1} \underline{E} \cdot d\underline{S} = 0$

Rimane: $\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = \int_{S_2} \underline{E} \cdot d\underline{S}$

Essendo, per S_2, $\underline{E}$ // normale alla superficie

$$\underline{E} \cdot d\underline{S} = E \cdot dS \quad e \quad \int_{S_2} \underline{E} \cdot d\underline{S} = E \int_{S_2} dS = E \cdot S_2$$

La carica intercettata dal cilindro è $q = \sigma \cdot S_2$ da cui segue

$$E \cdot \cancel{S_2} = \frac{\sigma \cdot \cancel{S_2}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \sigma / \varepsilon_0}$$

2) Per condensatore si intende un sistema fatto da due conduttori (detti armature) affacciati e sui quali è depositata carica ~~di~~ uguale quantità ma segno opposto.
Per capacità C di un condensatore si intende il rapporto

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

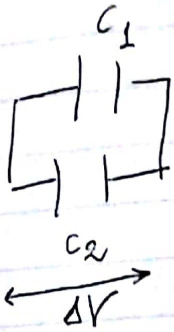
con Q: carica su ciascuna armatura

ΔV: differenza di potenziale tra le armature

Si dimostra che C dipende unicamente dalla geometria del condensatore e dal materiale interposto tra le armature.

$$[C] = \frac{C}{V} = \text{Farad}$$

Due condensatori sono collegati in parallelo se tra le loro armature vi è la medesima differenza di potenziale.
Due condensatori sono collegati in serie se sulle armature vi è la medesima quantità di carica.
Per condensatori C_1 e C_2 in parallelo:



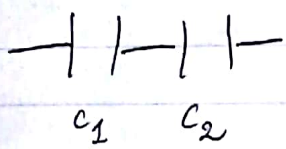
$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V}$$

$$C_2 = Q_2/\Delta V$$

Posso sostituirli con un unico condensatore che ha carica $Q = Q_1 + Q_2$ e con diff. di potenziale ΔV tra le armature

Ovvero $$C_{eq} = \frac{Q_1 + Q_2}{\Delta V} = C_1 + C_2$$

Per condensatori C_1 e C_2 in serie:



$$C_1 = Q/\Delta V_1$$

$$C_2 = Q/\Delta V_2$$

Posso sostituirli con un unico condensatore che ha carica Q e con diff. di potenziale $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$ tra le armature

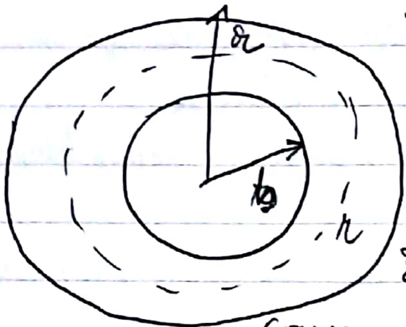
Ovvero $$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Poiché $\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$ si ottiene $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Teorema di Ampere: $\oint_C \underline{B}\cdot d\underline{l} = \mu_0 I_{conc}$

con I_{conc} corrente concatenata e $d\underline{l}$ elemento infinitesimo lungo il circuito C.

3)



Per applicare il teorema di Ampere scelgo come circuito una circonferenza con centro sull'asse del sistema e raggio via via crescente.
È noto che il sistema ha circonferenze come linee di campo $\underline{B}$ e quindi $\underline{B} \parallel d\underline{l}$

In tutti i casi $\int_C \underline{B}\cdot d\underline{l} = \int_0^{2\pi} B\, r\, d\theta = 2\pi r B$

a) Se $r<b$ $I_{conc}=0 \Rightarrow 2\pi r B = 0 \Rightarrow B = 0$

b) Se $b<r<a$ si ha

$$\frac{I_{conc}}{I_0} = \frac{\pi(r^2-b^2)}{\pi(a^2-b^2)} \Rightarrow I_{conc}(r) = I_0 \frac{r^2-b^2}{a^2-b^2}$$

Quindi: $2\pi r B = \mu_0 I_0 \frac{r^2-b^2}{a^2-b^2}$; $B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_0}{r}\frac{r^2-b^2}{a^2-b^2}$

c) $B(r = 1,8\ cm) \approx \frac{2\cdot 10^{-7}\cdot 100}{1,8\cdot 10^{-2}} \frac{(1.8)^2-(1.6)^2}{2^2-(1.6)^2} \approx 5.2\cdot 10^{-4}\ T$

d) Se $r>a$ $I_{conc} = I_0 \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 I_0$; $B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} / r$

e)