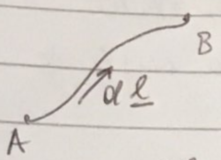
# Soluzione della prima prova scritta (esempio)

1) Si definisce differenza di potenziale $\Delta V$ tra A e B il seguente integrale:

$$\Delta V = -\int_{A,\,C}^{B} \underline{E} \cdot d\underline{l}$$



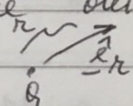

dove C è un qualunque percorso che connette i due punti A e B.
$d\underline{l}$ indica un elemento infinitesimo ~~di~~ percorso

$\underline{E} \cdot d\underline{l}$ è il prodotto scalare tra il campo elettrico $\underline{E}$ e l'elemento infinitesimo $d\underline{l}$

$\Delta V$ ha il significato di lavoro fatto contro il campo elettrico $\underline{E}$, per unità di carica, per portare una carica q da A a B.
$\Delta V$ ha quindi unità di misura

$$[\Delta V] = J/C = \text{volt}$$

$\Delta V$ è indipendente dai dettagli del percorso, ma dipende solo dalla posizione dei due punti A e B.

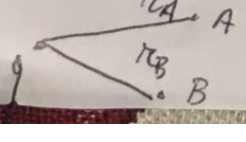



Nel caso di carica ptiforme q: $\underline{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\underline{e}}_r$
$\hat{\underline{e}}_r$ indica un versore radiale uscente dalla posizione della carica q
Scegliendo $d\underline{l} \parallel \hat{\underline{e}}_r$ si ottiene
(ovvero $d\underline{l} = r\,\hat{\underline{e}}_r$)

$$\Delta V = -\int k_e \frac{q}{r^2} \hat{\underline{e}}_r \cdot dr\, \hat{\underline{e}}_r = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{k_e q}{r}\Big|_{r_A}^{r_B} = \frac{k_e q}{r_B} - \frac{k_e q}{r_A}$$

ove r indica la distanza dalla carica q come in figura



Nel caso in cui $r_A = +\infty$ si ottiene:

$$V = \frac{k_e q}{r}$$

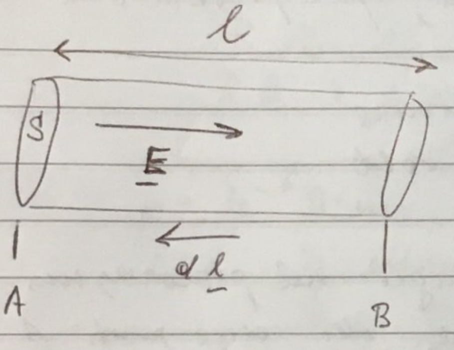
a questa quantità si dà il nome di potenziale (ovvero il lavoro per unità di carica, fatto contro $E$ per portare una carica dall'infinito ad un punto che disti $r$ dalla carica $q$)

Se $q = 1\,\mu C$, $r = 10$ cm

$$V \simeq \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{0.1} \simeq 90\ kV$$

Poiché $V \propto \frac{1}{r}$, se $r$ raddoppia, $V$ deve dimezzare

2)




Per definizione la differenza di potenziale tra i poli A e B $\Delta V_{AB}$:

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B = -\int_B^A \underline{E} \cdot d\underline{l} = \int_A^B E\,dl$$

Per ipotesi: $E = \rho j$ con $j$ densità di corrente (uniforme)

$$\Delta V_{AB} = \int_A^B \rho j\, dl = \rho j l$$

Detta $I$ la corrente che fluisce tra A e B, si ha

$$I = j \cdot S \Rightarrow j = I/S$$

Segue:

$$\Delta V_{AB} = \rho \frac{I}{S} \cdot l$$

Definita la resistenza il coefficiente $R \stackrel{def}{=} \rho \frac{l}{S}$

Si ottiene $\Delta V_{AB} = R \cdot I$ (legge di Ohm)

Unità di misura: $[\Delta V_{AB}] = V$ $[I] = A$

$$[R] = V/A = \text{Ohm } (\Omega)$$

Si osserva che: a) $\rho$ non dipende dalla geometria del resistore, ma solo dal materiale

b) $R$ dipende dal materiale e dalla geometria del resistore. In particolare

$R \propto l$ (lunghezza del dispositivo)

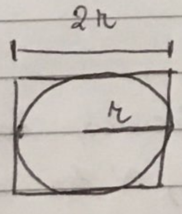
$R \propto S$ (sezione del dispositivo attraverso cui fluisce la corrente $I$)

Se $\rho = 10^{-6}\ \Omega \cdot m$ $r = 0.32\ mm = 3.2 \cdot 10^{-4}\ m$

$l = 1$ si ottiene

$$R = \frac{10^{-6} \cdot 1}{\pi \cdot (3.2 \cdot 10^{-4})^2} \simeq 3.1\ \Omega$$

Per il conduttore a forma di parallelepipedo




a) $\rho$ non varia perché il materiale è lo stesso

b) $S = 4r^2 > \pi r^2$

Poiché $l$ è invariato e $R \propto \frac{1}{S}$

$$R(\text{parallelepipedo}) = R(\text{cilindro}) \cdot \pi/4 \simeq 2.4\ \Omega$$

3) Le particelle di carica $q$ e velocità $\underline{v}$ sono soggette alla forza di Lorentz $\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B})$ che fa compiere alle particelle cariche una traiettoria circolare, mentre lascia invariata la traiettoria delle particelle non cariche.

Segue che

D non è carica

La forza di Lorentz, non appena le particelle entrano nella regione sede di $\underline{B} \neq \underline{0}$, è diretta

verso SX se $q > 0$: $\xleftarrow{\underline{F}_L}$

verso DX se $q < 0$: $\xrightarrow{\underline{F}_L}$

Segue che

B, C, E hanno carica positiva

A ha carica negativa

Il raggio di Larmor $r_L = \dfrac{m v_\perp}{qB}$, dove $m$ è la massa delle particelle e $v_\perp$ la loro velocità (in modulo)

In assenza di informazioni sulla carica non è possibile stabilire quali particelle sono più veloci

$$\left(\text{poiché } r_L \propto \frac{m v_\perp}{q}\right)$$

Se è invece noto che tutte le particelle hanno la stessa carica (in modulo), poiché $v_\perp \propto r_L$, si ha che

$$v_A > v_B > v_C = v_E$$

Il tempo $\Delta t$ impiegato per compiere le traiettorie circolari mostrate non dipende da $v$.

Infatti la freq. di Larmor è descritta da

$\omega_L = \frac{qB}{m}$ da cui il periodo $T_L = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$

Il tempo $\Delta t = \frac{T_L}{2} = \frac{\pi m}{qB} \simeq 3.3 \cdot 10^{-8}\, s$