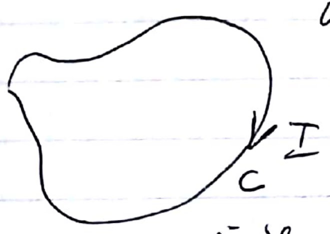
Seconda prova scritta 5/2/18

1) Si consideri un generico circuito o dispositivo percorso dalla corrente I. Detto $\underline{B}$ il campo magnetico generato dalla corrente che percorre il circuito, si definisce coefficiente di autoinduttanza L la quantità



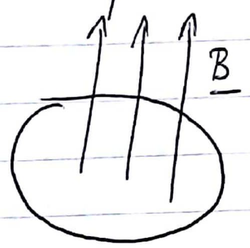
$$L = \frac{d\phi(\underline{B})}{dI} \quad \text{dove} \quad \phi(\underline{B}) = \int_S \underline{B}\cdot d\underline{S}$$

è il flusso del campo magnetico $\underline{B}$ attraverso una qualunque superficie S che poggia sul circuito C.

L si misura in $\frac{T\cdot m^2}{A} = \text{Henry}$.

L dipende unicamente dalla geometria del dispositivo a cui si avvolge il circuit e da eventuali materiali attorno (in pratica di rilevanza solo in presenza di ferromagnet

Induttanza della bobina:



Per ipotesi

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R} \quad \text{ovunque}$$

$$\phi(\underline{B}) = B\cdot\pi R^2\cdot N = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{\cancel{R}}\pi R^{\cancel{2}} N = \frac{\mu_0 I \pi R N}{2}$$

$$L = \frac{d\phi}{dI} = \frac{\mu_0 \pi R N}{2} \simeq 1{,}97\cdot 10^{-5}\,H$$

L'energia magnetica immagazzinata da un induttore percorso da corrente I è

$$W_B = \frac{1}{2} L I^2 \simeq 9{,}9\cdot 10^{-4}\,J$$

2) a) Per un'onda e.m. che propaga in vuoto

$$E/B = c \rightarrow B = E/c \simeq 6.7 \cdot 10^{-16}\ T$$

b) L'intensità è pari al valor medio del modulo del vettore di Poynting $\underline{S} = \frac{1}{\mu_0} \underline{E} \times \underline{B}$

$$|\underline{S}| = \frac{1}{\mu_0} EB = \frac{1}{\mu_0} \frac{E^2}{c}$$

$$I = \langle |\underline{S}| \rangle = \frac{1}{2\mu_0 c} E^2_{max} \simeq 5{,}3 \cdot 10^{-17}\ W/m^2$$

c) $\frac{P}{A} = I \Rightarrow P = I \cdot A$ con $A = \frac{\pi d^2}{4}$ e $d = 20\ \cancel{m}$

$$P \simeq 1.67 \cdot 10^{-14}\ W$$

d) La pressione esercitata da un'onda e.m. è pari alla densità di energia dell'onda

$$p = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} = \varepsilon_0 E^2$$

Media temporale $p = \langle \varepsilon_0 E^2 \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2_{max}$

La forza $F = p \cdot A = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2_{max} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \simeq 5.6 \cdot 10^{-23}\ N$

3) Un fascio di raggi X incide su di un solido, le cui molecole si possono immaginare come disposte su piani.
Ciascuna molecola diffonde i raggi X incidenti.
Se consideriamo i raggi diffusi dalle molecole su due piani consecutivi, essi, quando osservati all'angolo θ in figura, genereranno un'interferenza.
Ci aspettiamo che tale interferenza sia costruttiva (e si osservi quindi un massimo di intensità) ad un angolo θ che soddisfa la relazione (di Bragg)

$$2d\operatorname{sen}\theta = m\lambda \qquad \text{con} \quad m = 1, 2, 3\ldots$$

avendo osservato che $2d\operatorname{sen}\theta$ è la differenza di cammino geometrico tra i raggi diffusi da molecole su piani consecutivi - λ è la lunghezza d'onda della radiazione usata.
Questa tecnica si può usare per determinare la disposizione delle molecole nella struttura cristallina di un solido a partire dall'osservazione della figura di diffrazione generata a vari angoli dal solido quando attraversato da un fascio collimato di raggi X.

Per osservare la stessa figura di interferenza con raggi X o elettroni è necessario che gli elettroni abbiano la stessa lunghezza d'onda di De Broglie dei raggi X.
Poiché

$$2d\operatorname{sen}\theta = m\lambda$$

$$\text{e} \quad d = 1\,\text{Å} \quad \theta = 30° \quad \text{e} \quad m = 2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\,\text{Å}\cdot\operatorname{sen}30°}{2} = 0.5\,\text{Å}$$

Le relazioni di De Broglie sono

$$\nu = E/h \qquad \text{e} \qquad \lambda = h/p$$

con E: energia p: quantità di moto
λ: lungh. d'onda ν: frequenza
e h: costante di Planck

Poiché $E = \frac{p^2}{2m}$ e $p = h/\lambda$

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \approx \frac{(6.63\cdot 10^{-34})^2}{2\cdot 9.1\cdot 10^{-31}\cdot (0.5\cdot 10^{-10})^2}$$

$$\approx 9.65\cdot 10^{-17}\,J \approx 604\,eV$$