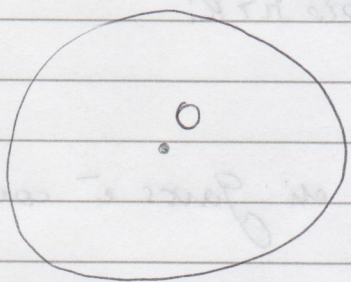


Prova scritta del 6 Maggio 2018

1)



a) Poiché il sistema è invariante per rotazione attorno ad un qualunque asse, il campo el.  $\underline{E}$  non può dipendere da alcuna coordinata angolare.

Inoltre, poiché la carica sulla sfera è positiva, le linee di campo sono uscenti. Pertanto

$$\underline{E}(r) = E(r) \hat{e}_r$$

con  $\hat{e}_r$  vettore radiale.

b) Considerando come sp. di Gauss una sfera di raggio  $r$ , centrata in 0

$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = \oint \underline{E}(r) \cdot 4\pi r^2 \hat{e}_r \quad \left( \text{valido sia per } r < R, \text{ sia per } r > R \right)$$

la carica racchiusa è  $\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = r^3 \frac{Q}{R^3}$

Segue

$$\cancel{4\pi r^2} \cdot E(r) = \frac{Q}{R^3} \frac{r^3}{\epsilon_0}, \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi R^3 \epsilon_0} r$$

c) Considerando come sp. di Gauss una sfera di raggio  $r$ , centrata in 0:

$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = E(r) 4\pi r^2 \quad (\text{come sopra})$$

La carica racchiusa è  $Q$

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}; \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

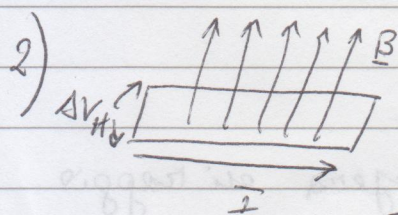


Il campo elettrico in punti esterni alla sfera è  
invariato - In fatti, consideriamo come sup. di Gauss una  
sfera centrata in  $O$  e con raggi  $r > R$ :

$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = 4\pi r^2 E(r)$$

La carica racchiusa dalla sfera di Gauss è comunque  $Q$  -  
Quindi

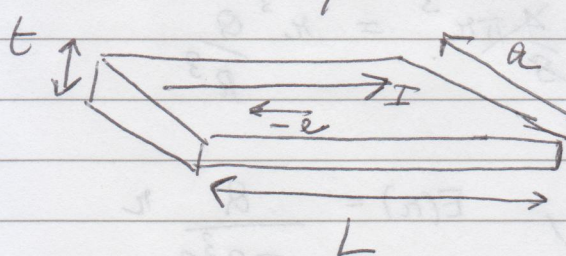
$$4\pi r^2 E(r) = Q / \epsilon_0 ; \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$



Si consideri un conduttore percorso  
dalla corrente  $I$  ed immerso in  
una regione sede di un campo magnetico  
 $\underline{B}$  come in figura.

Per effetto Hall si intende la comparsa di una diff.  
di potenziale  $\Delta V_H$  tra i due "bordi" del conduttore come  
mostrato in figura.

In maniera quantitativa:



Gli elettroni in moto verso  
sx (se la corrente è verso dx)  
sperimentano la forza di Lorentz

$$\underline{F} = -e (\underline{v} \times \underline{B})$$

che tende a spostare gli elettroni verso il basso -

Per neutralità di carica, le cariche positive rimaste  
superf. esercitano una forza di richiamo sugli elettroni

$$\underline{F} = -e \underline{E} \quad \text{di modo che}$$

$$-e \underline{E} - e (\underline{v} \times \underline{B}) = 0$$

da cui si ottiene che il campo el. prodotto dall'initiale  
separazione di carica è  $\underline{E} = \underline{v} \times \underline{B}$



A questo campo  $\underline{E}$  è associata la d.d.p.

$$\Delta V_H = \int \underline{E} \cdot d\underline{s} = v B a$$

$v$  è qui la velocità di deriva degli elettroni.

Perché  $I = \underline{j} \cdot a \cdot t$  e  $\underline{j} = nq\underline{v}$  con  $n$ : densità dei portatori

si ha 
$$v = \frac{\underline{j}}{nq} = \frac{I}{nq \cdot at}$$

Quindi

$$\Delta V_H = \frac{I}{nq \cdot at} B a = \frac{I B}{nq t}$$

Si osserva che  $\Delta V_H \propto B$ .

Per tanto, in presenza di un campo magnetico di intensità incognita, poiché  $\Delta V_H \propto B$  è possibile fare scorrere una corrente  $I$  nota in un conduttore e misurare  $\Delta V_H$  come maniera di determinare  $B$  (se si usa un conduttore di cui sono note le proprietà geometriche e la densità dei portatori di carica).

- 3) Si consideri un generico circuito  $C$  attraversato da un campo magnetico  $\underline{B}$  variabile nel tempo. Una variazione del flusso del c. magnetico  $\underline{B}$  attraverso  $C$  genera, ai capi di  $C$ , una forza elettromotrice f.e.m. secondo la relazione

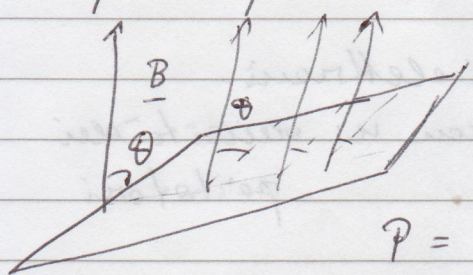
$$f.e.m. = - \frac{d\phi(\underline{B})}{dt}$$

essendo  $\phi(\underline{B}) = \int_S \underline{B} \cdot d\underline{s}$ , dove  $S$  è una generica superficie del cui  $C$  per frontiera.

Nel circuito  $C$  la corrente indotta scorre di modo che il campo magnetico da essa generato si oppone al



campo magnetico inducente.  
Per la spira quadrata



$$\phi(B) = \int_S \underline{B} \cdot d\underline{S} = B l^2 \cos(\omega t)$$

$$f.e.m. = - \frac{d\phi}{dt} = + B l^2 \omega \sin(\omega t)$$

$$P = \frac{f.e.m.^2}{R} = \frac{B^2 l^4 \omega^2 \sin^2(\omega t)}{R} = \frac{V_0^2}{R} \sin^2(\omega t) \quad \text{con } V_0 = B l^2 \omega$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{B^2 l^4 \omega^2}{R} \sin^2(\omega t) dt =$$

$$= \frac{V_0^2}{R} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(z) dz = \frac{V_0^2}{R} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(z) dz = \frac{V_0^2}{2R}$$

$T = 2\pi/\omega$

$z = \omega t$   
 $dt = \frac{1}{\omega} dz$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \frac{1}{2} \left( \int_0^{2\pi} dx - \int_0^{2\pi} \cos(2x) dx \right) = \pi$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

Nota  $I_0 = \frac{V_0}{R}$  corrente di picco, si osserva che

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} V_0 I_0 \quad \text{ovvero definita: tensione efficace } V_{eff} = V_0 / \sqrt{2}$$

$$\text{e corrente efficace } I_{eff} = I_0 / \sqrt{2}$$

$$\langle P(t) \rangle = I_{eff} V_{eff}$$



Poiché la distr. di energia elettrica avviene in corrente alternata, si quotano la tensione efficace  $V_{eff}$  e la frequenza  $\nu$ . Nello standard europeo, ad esempio:

$$V_{eff} = 220 \text{ V}$$

$$\nu = 50 \text{ Hz}$$

~~Facciamo un esempio~~

Nota quindi  $V_{eff}$  e la resistenza  $R$  del dispositivo in considerazione, è possibile determinare la potenza media dissipata dal dispositivo come  $P(t) = \frac{V_{eff}^2}{R}$

- 4) Si consideri la luce che attraversa una fenditura. Per il principio di Huygens ciascun punto della fenditura è una sorgente di onde sferiche secondarie. Per approssimazione si intende il fenomeno dell'interferenza tra le infinite onde secondarie originate da ciascun punto della fenditura.

Per via del fenomeno della diffrazione, i raggi provenienti da un oggetto  $O$ , e che attraversano una piccola fenditura  $F$ , subiscono il fenomeno della diffrazione. Pertanto, l'immagine di  $O$  su di uno schermo, non sarà un punto, ma una piccola area luminosa, le cui dimensioni angolari sono date dalla separazione angolare tra il massimo di luce e il primo minimo (quoto di buio) determinato dal fenomeno della diffrazione. Le immagini di  
Pertanto, due oggetti saranno distinguibili solo se la loro separazione angolare è almeno pari alla lunghezza angolare di un ordine, data dalla



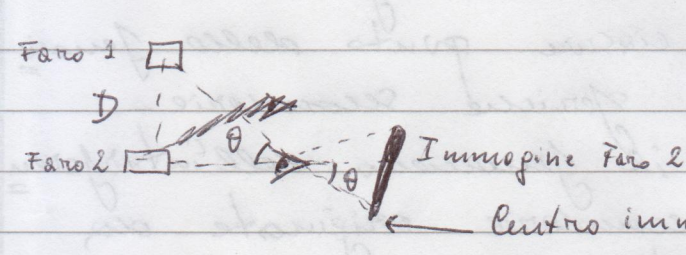
formula  $\sin \theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$

dove  $\lambda$  è la lung. d'onda della luce ed  $D$  è il diametro della fenditura.

Nel caso dell'esempio

$$\theta_{\min} / \text{luce rossa} \approx \frac{1.22 \cdot 7 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-3}} \approx 2.85 \cdot 10^{-4}$$

$$\theta_{\min} / \text{luce azzurra} \approx \frac{1.22 \cdot 4.5 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-3}} \approx 1.8 \cdot 10^{-4}$$



$$\tan \theta \approx \theta \approx \frac{D}{L} \rightarrow L \approx \frac{D}{\theta}$$

$$L / \text{luce rossa} \approx 5.26 \text{ km}$$

$$L / \text{luce azzurra} \approx 8.3 \text{ km}$$