Analisi Matematica II per il corso di Laurea Triennale in Matematica
22 Febbraio 2019

Tempo per la prova 2 ore. Non si accetteranno altri fogli oltre a questo. E' richiesto di riportare i passaggi e i conti piú significativi in modo che lo svolgimento sia esaustivo. Gli svolgimenti disordianti o con motivazioni insufficienti non verranno presi in considerazione.

NOME E COGNOME:

1. **(8 punti)** Sia la funzione $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$.

   a. **(2 punti)** Determinare se esistono estremi relativi di f nel suo dominio;

   b. **(3 punti)** se esistono estremi relativi di f in

   $$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \leq 2x \leq 1, \ |y| \leq x^2\};$$

   c. **(3 punti)** si tracci una grafico qualitativo (retta tangente e concavitá) della curva di livello di f passante per il punto $(0, 1)$.

2. **(8 punti)** Sia

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; z > x^2 + y^2, \; y > 0, \; x + y - z \geq 0\}.$$

Si stabilisca se la funzione

$$f(x, y, z) = \frac{x}{z(x^2 + y^2)}$$

è integrabile in D e, in caso affermativo,

si calcoli

$$\int_D \frac{x}{z(x^2 + y^2)} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z.$$

3. **(8 punti)** Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^n}{x^{2n} + n^a},$$

a. **(4 punti)** si stabilisca, al variare di $a \in \mathbb{R}^+$, l'insieme E_a di convergenza semplice;

b. **(4 punti)** dopo aver dimostrato che la serie converge uniformemente su $\mathbb{R}$ per $a > 2$, si stabilisca per quali valori di a la convergenza risulta uniforme su $[-1, 1]$

4. Si determinino le soluzioni dei seguenti problemi di Cauchy

a. **(2 punti)**

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 \\ x_2' = x_1 - x_2 \\ x_1(0) = x_2(0) = 0 \end{cases}$$

b. **(3 punti)**

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 + t \\ x_2' = x_1 - x_2 \\ x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = 0 \end{cases}$$

c. **(3 punti)**

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 + t \\ x_2' = x_1 - x_2 + \dfrac{1}{1 + \cos t} \\ x_1(0) = -2\log 2 \\ x_2(0) = -\log 2 \end{cases}$$