
Corso di Laboratorio di Geotecnica

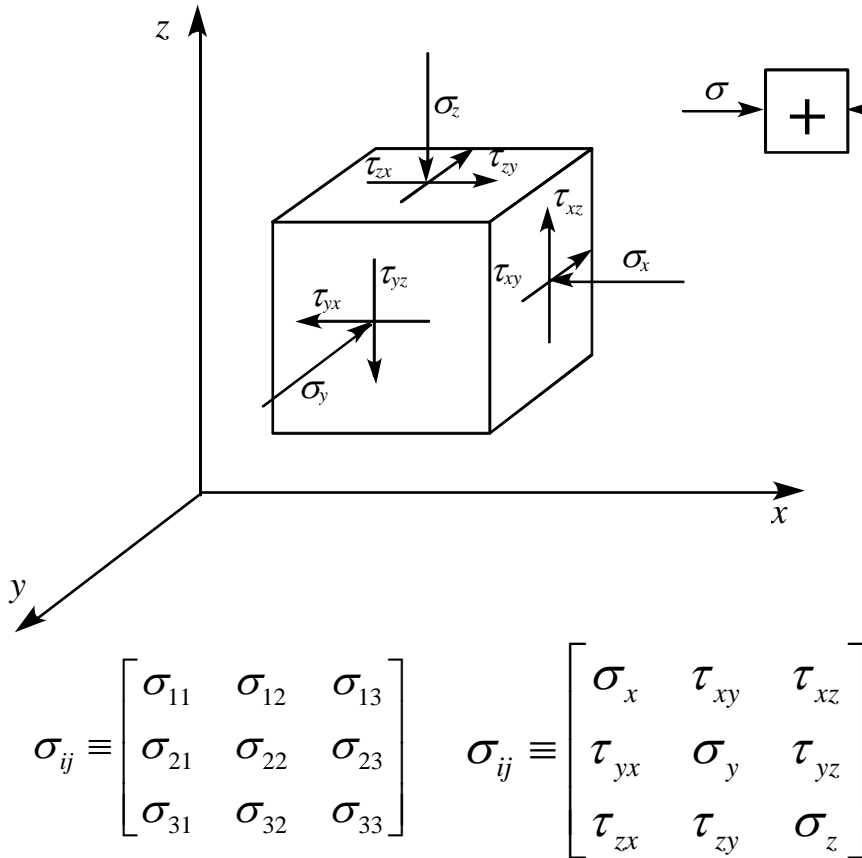
docente: ing. Riccardo Castellanza

Lezione Prove triassiali



Sforzi e deformazioni

Tensore degli sforzi



Tensore delle deformazioni

$$\varepsilon_{hk} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Legame costitutivo

$$\dot{\varepsilon}_{hk} = C_{hkij} \dot{\sigma}'_{ij}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}$$

Sforzi e def. principali

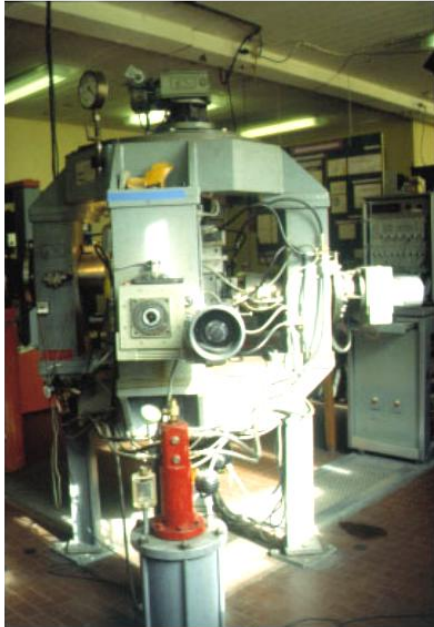
$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}'_1 \\ \dot{\sigma}'_2 \\ \dot{\sigma}'_3 \end{Bmatrix}$$

Immagini tratte:

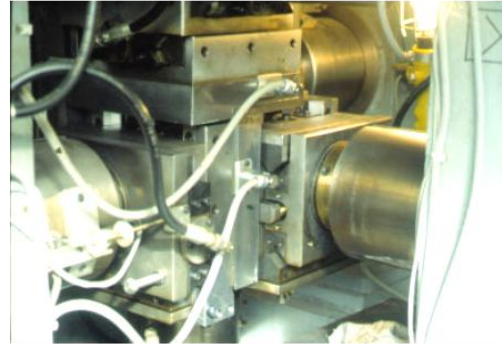
Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill. :Apparecchiatura triassiale vera. a) apparecchiatura assemblata e b) pistoni di carico (per cortesia 3S-IMG, Grenoble; da di Prisco (1993)); c) cella a pareti rigide (da Wroth (1973)); d) schema di funzionamento della cella.

Tipologie di apparecchiature

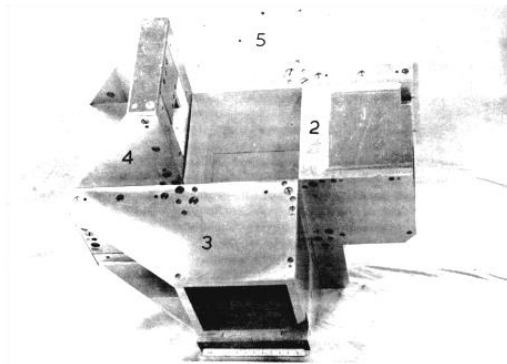
TTA: True Triaxial Apparatus



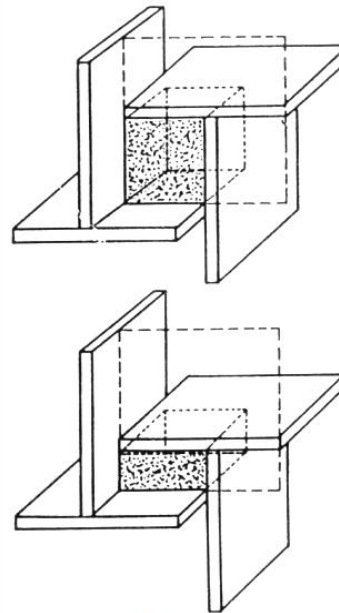
a)



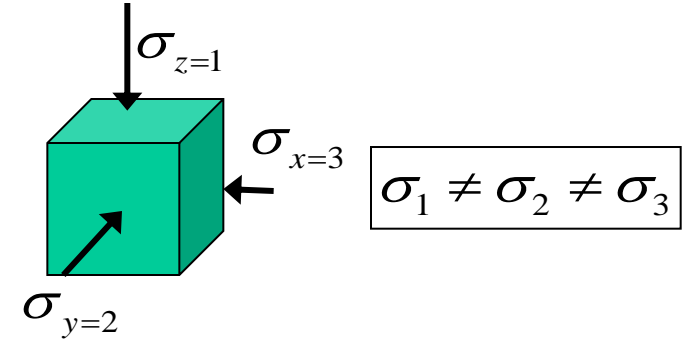
b)



c)



d)



Tensore degli sforzi principali

$$\sigma_{ij} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Tensore delle deformazioni principali

$$\varepsilon_{hk} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Legame costitutivo nel sist. principale

$$\dot{\varepsilon}_{hk} = C_{hkij} \dot{\sigma}'_{ij} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_3 \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\sigma}'_1 \\ \dot{\sigma}'_2 \\ \dot{\sigma}'_3 \end{array} \right\}$$

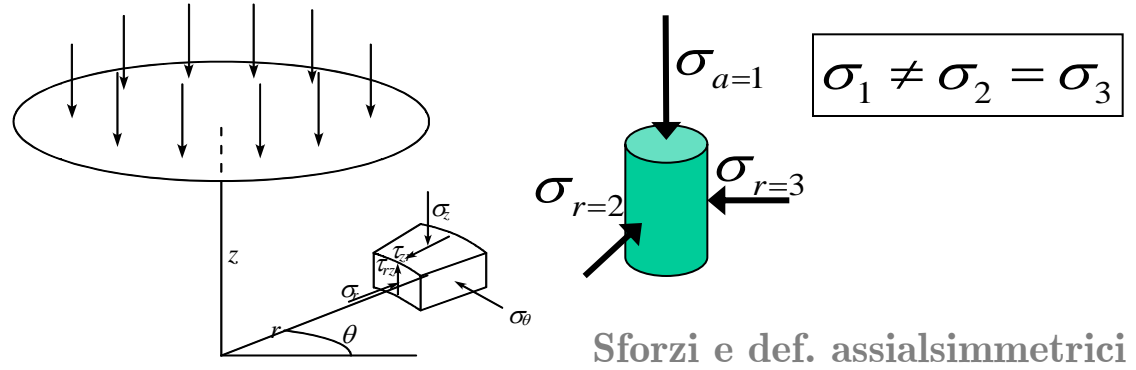
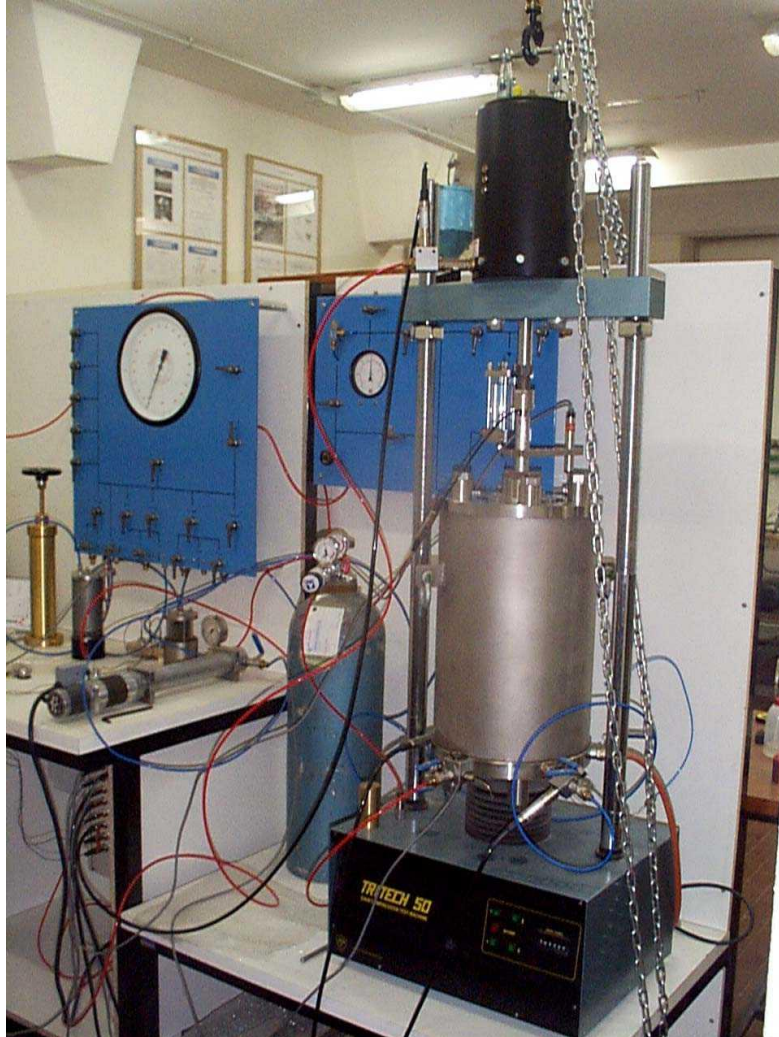
Immagini tratte:

Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill. :Apparecchiatura triassiale vera. a) apparecchiatura assemblata e b) pistoni di carico (per cortesia 3S-IMG, Grenoble; da di Prisco (1993)); c) cella a pareti rigide (da Wroth (1973)); d) schema di funzionamento della cella.

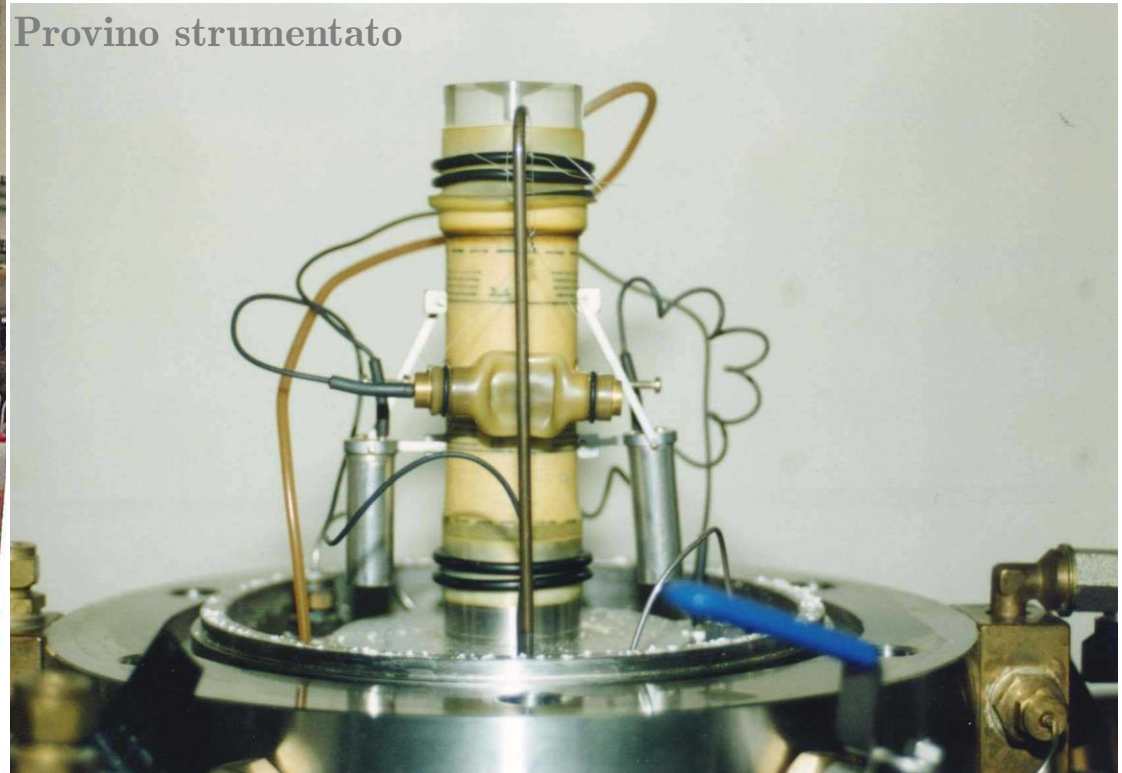
TTA: True Triaxial Apparatus esempio di controllo

Apparecchiatura triassiale ordinaria

Vista d'insieme



Provino strumentato



Immagini tratte: Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Apparecchiatura triassiale ordinaria

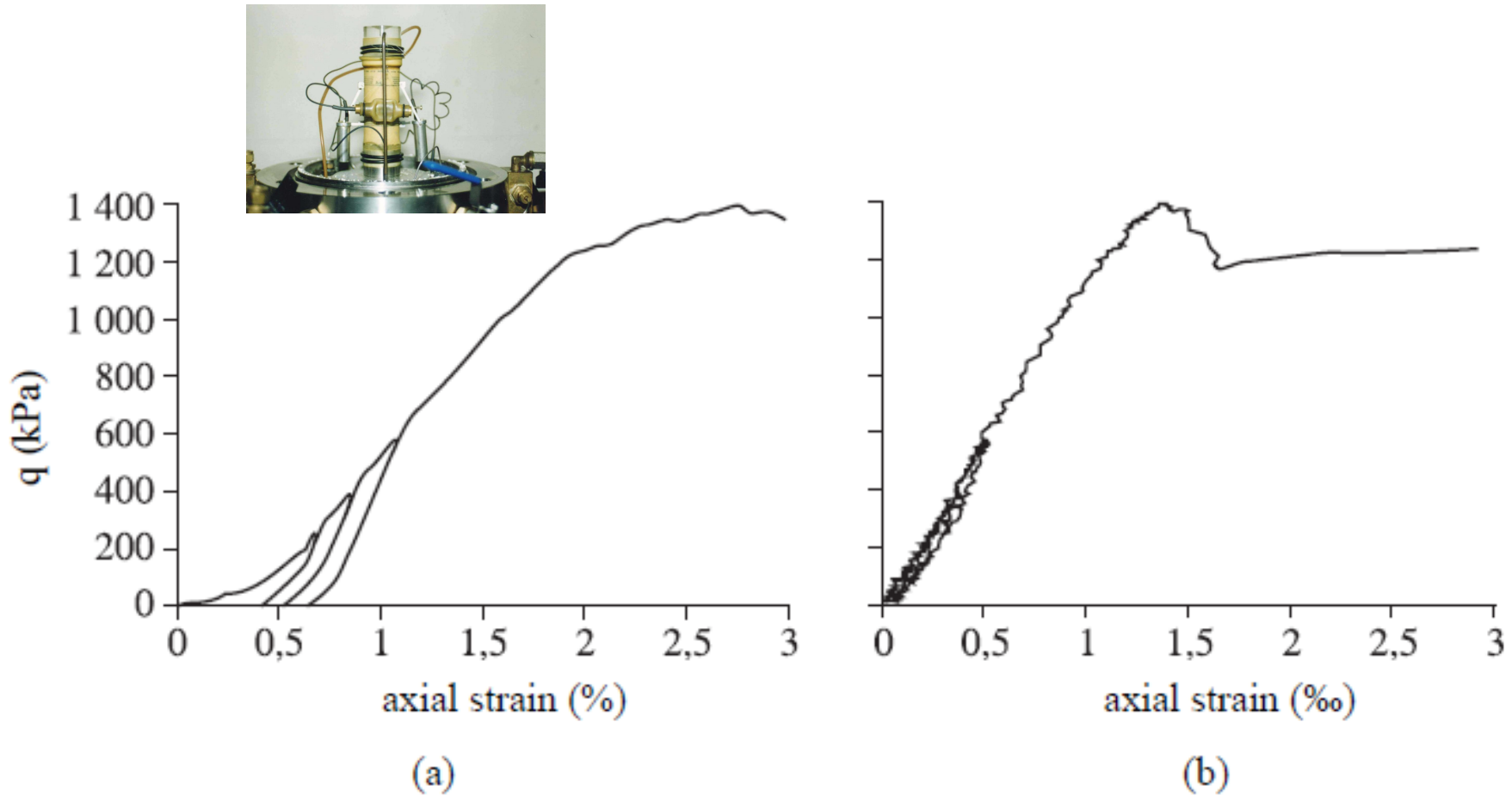
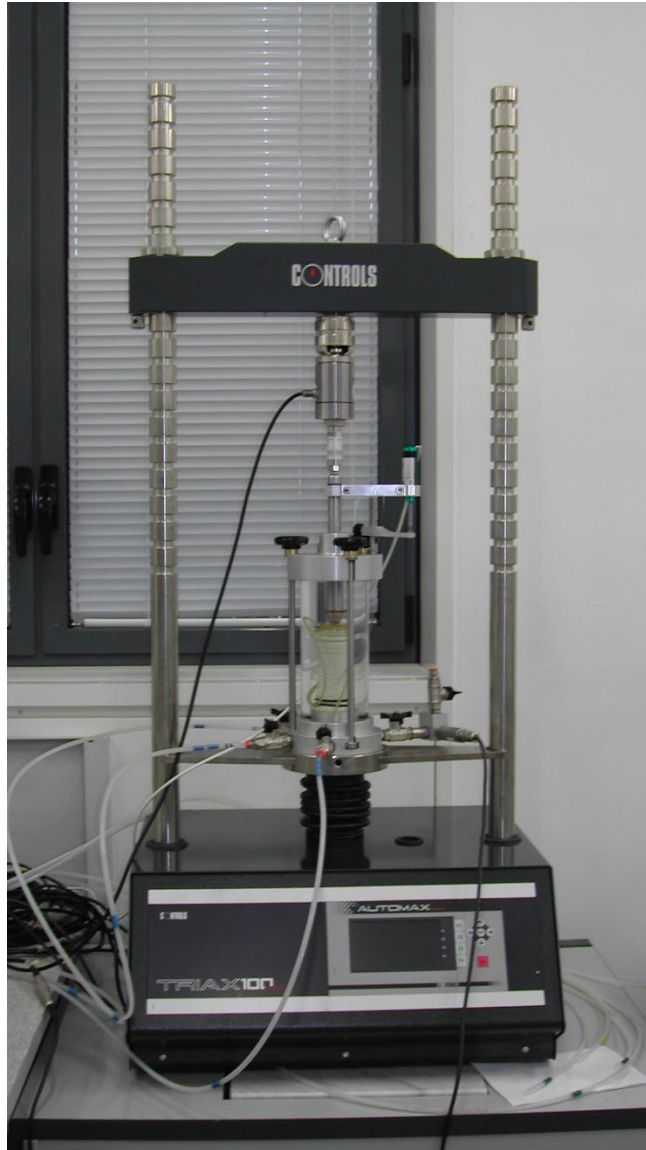


Figure 5.7. *Difference between measures a) external; and b) internal for a specimen of calcarenite (Lagioia, 1996). Notice the difference in the axial deformation scale*

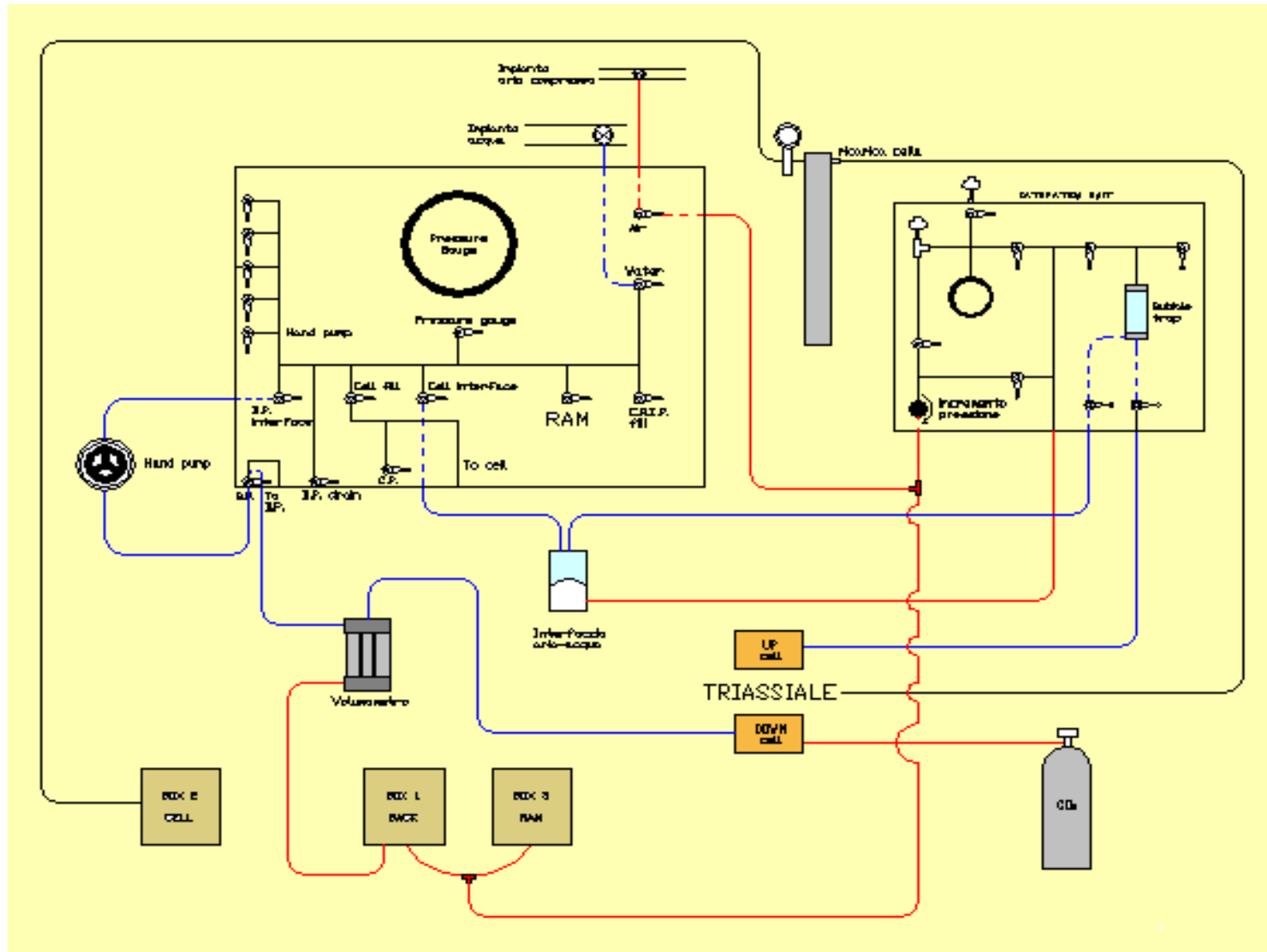
Immagini tratte: Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Apparecchiatura triassiale ordinaria

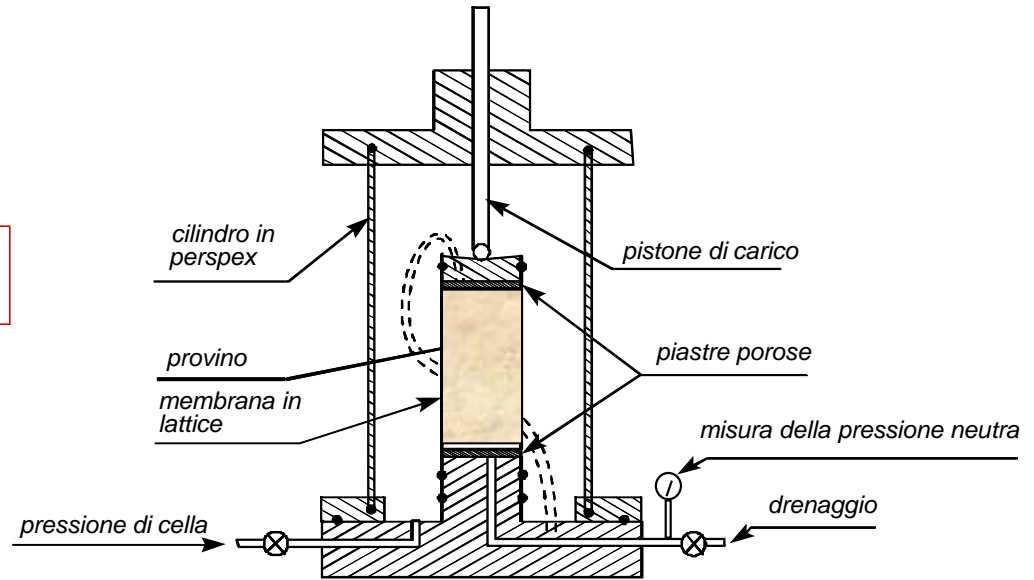
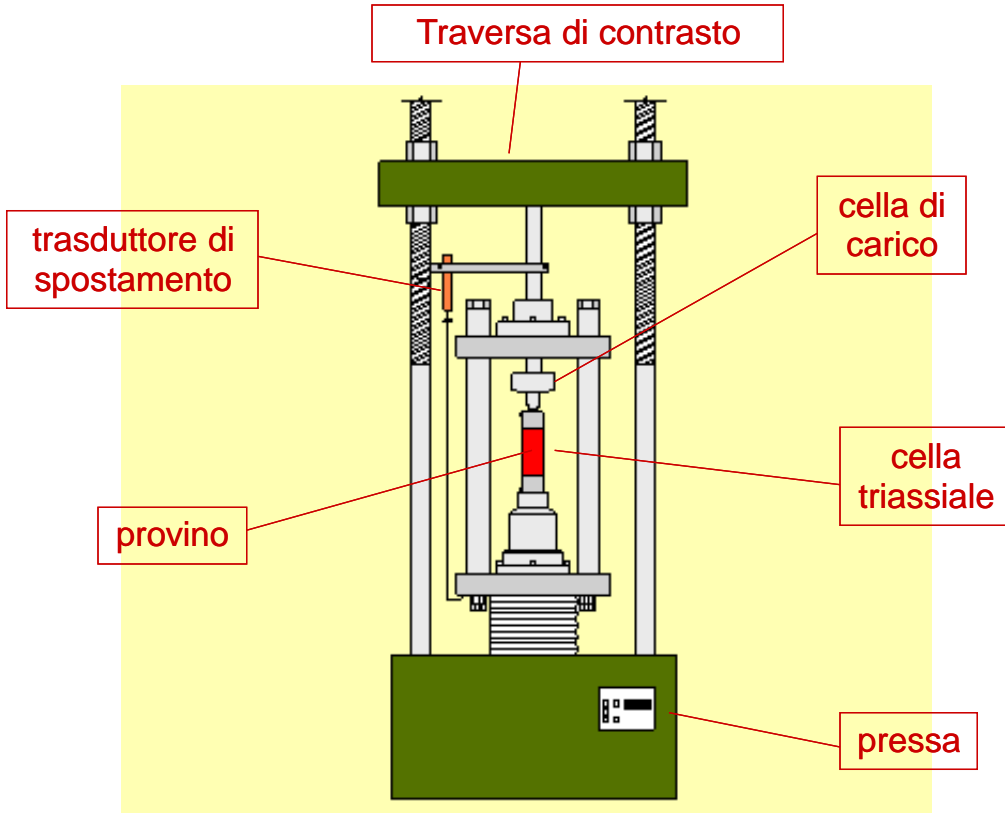
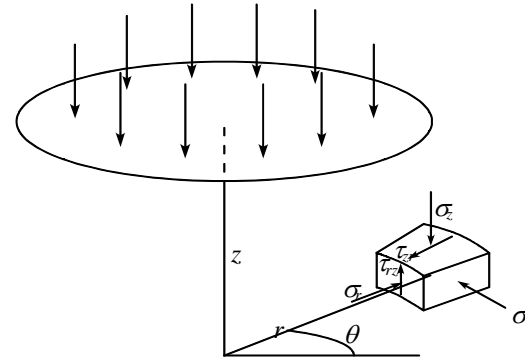


Apparecchiature presenti presso il Dipartimento di Scienze Geologiche dell'Università degli Studi di Milano-Bicocca

Apparecchiatura triassiale ordinaria

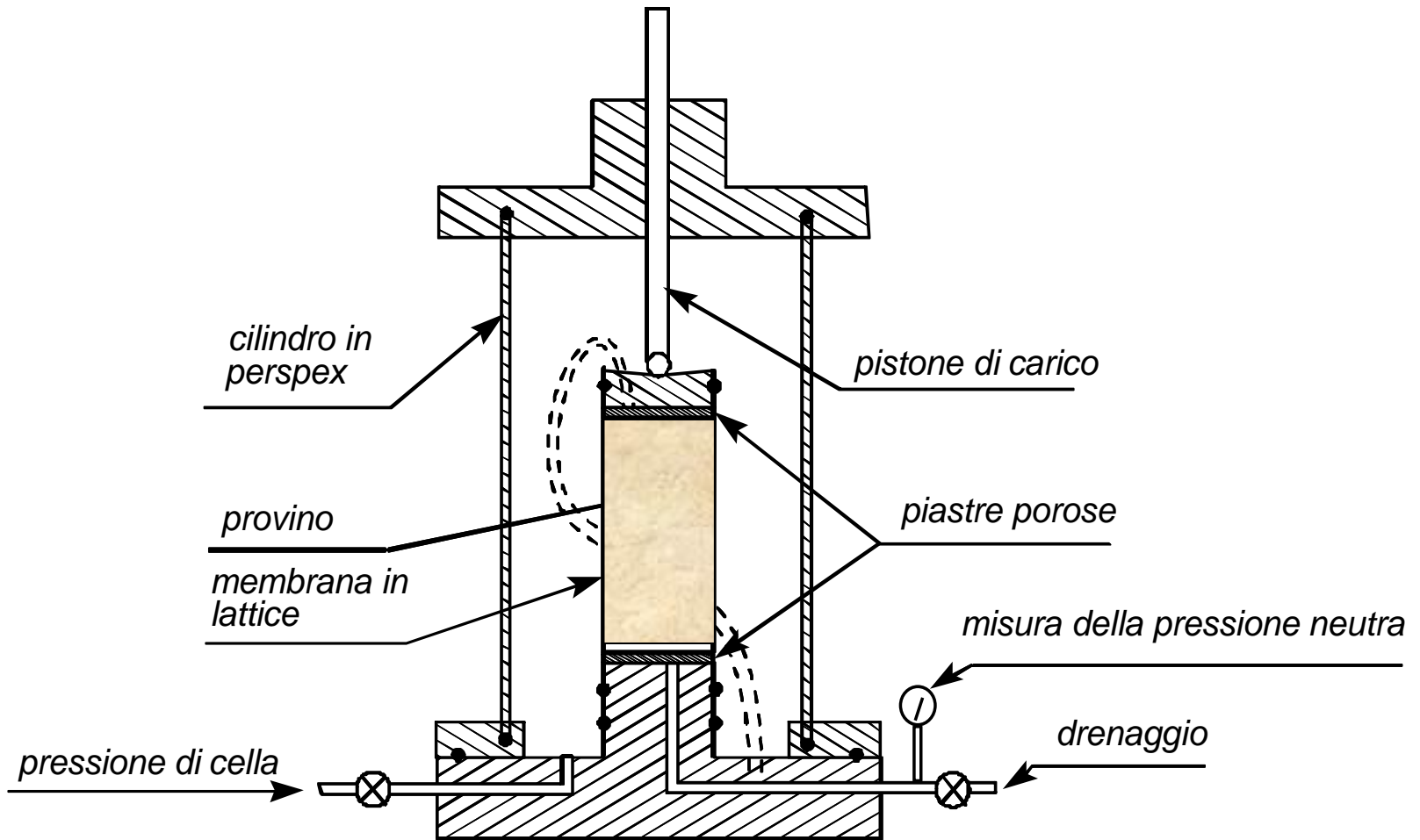


Apparecchiatura triassiale ordinaria



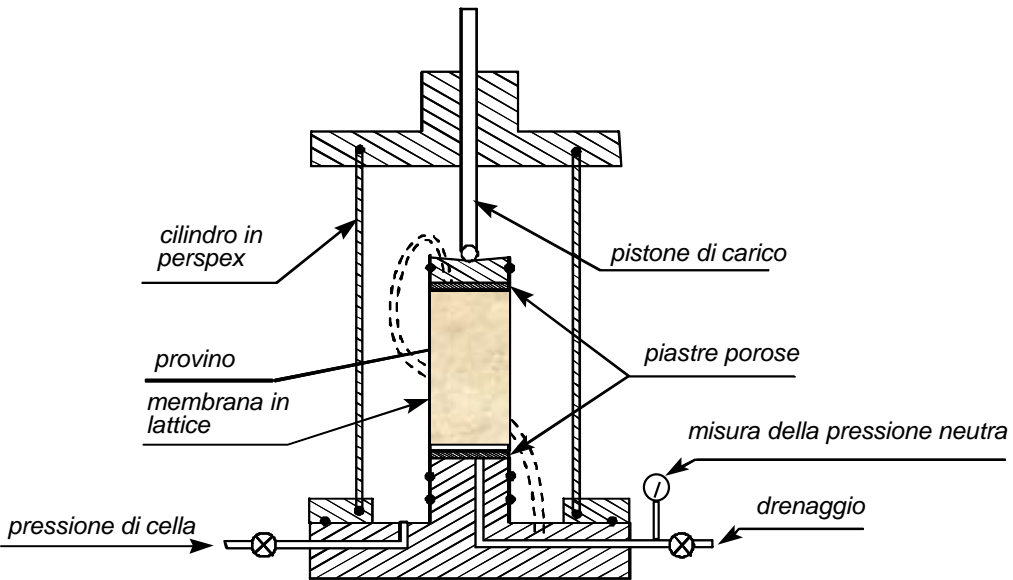
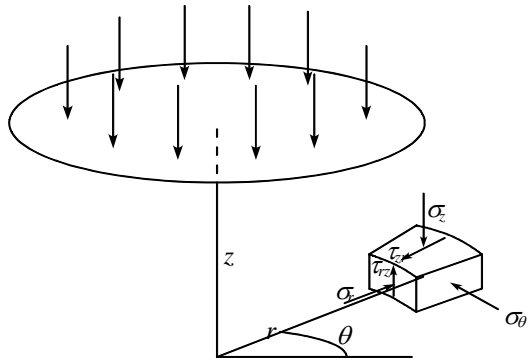
Immagini tratte:
Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Apparecchiatura triassiale ordinaria



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Apparecchiatura triassiale ordinaria: grandezze misurate e controllate



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Fasi di prova

Fase 0: PREPARAZIONE E SATURAZIONE

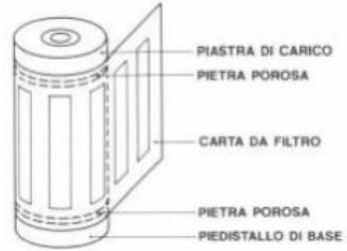
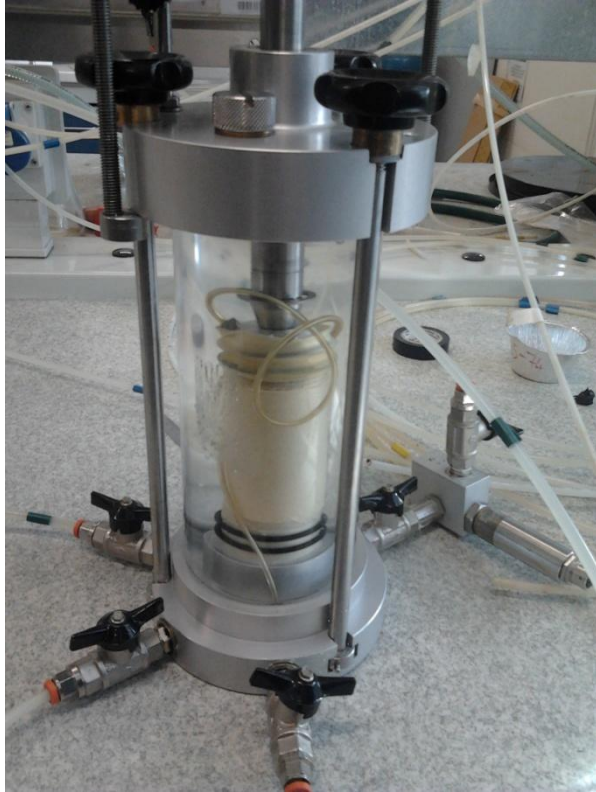


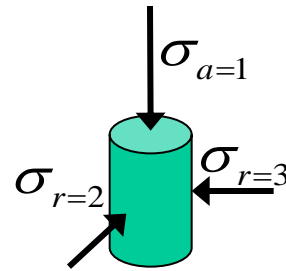
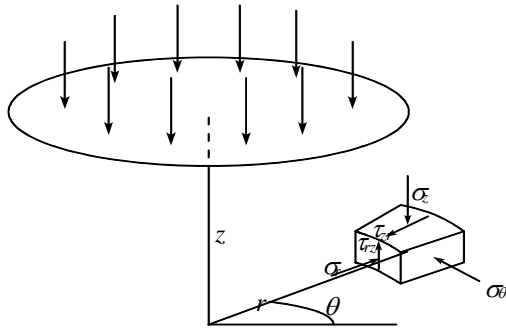
Foto: Provino pronto per iniziare la prova

Fase 1: CONSOLIDAZIONE ISOTROPA

Fase 2: COMPRESSIONE O FASE DI TAGLIO

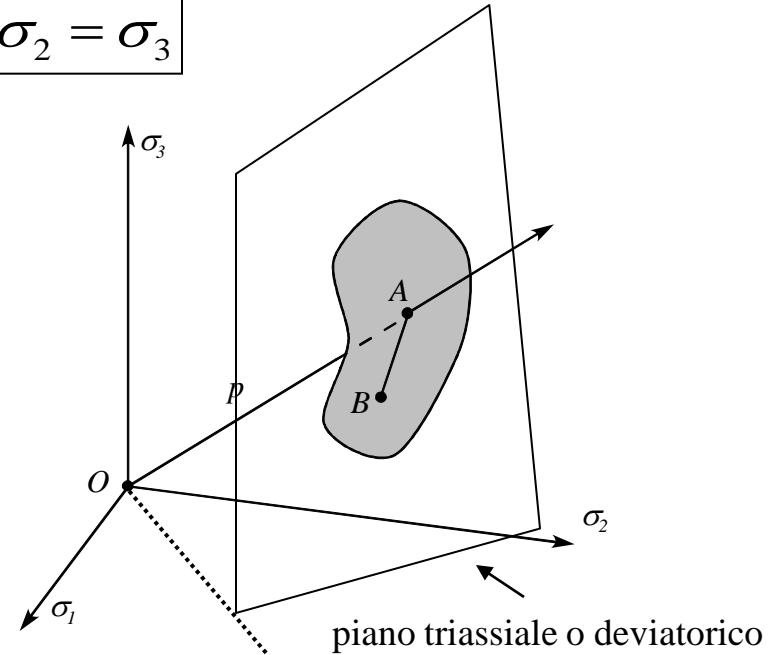
Fase 3: RIELABORAZIONE- Stato tensionale e cerchio di Mohr

Triassiale ordinaria:



$$\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$$

Piano triassiale



Tensore degli sforzi principali

$$\sigma_{ij} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{ij} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a \end{bmatrix}$$

Tensore delle deformazioni principali

$$\varepsilon_{hk} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_a \end{bmatrix}$$

Invarianti sforzi

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3$$

Invarianti deformazioni

$$\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$$

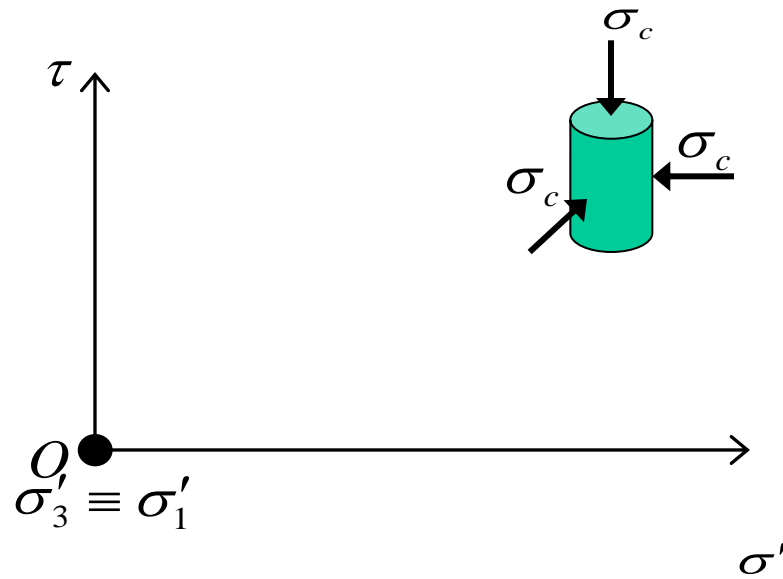
$$\varepsilon_d = \frac{2}{3}(\varepsilon_a - \varepsilon_r)$$

Legame costitutivo nel sist. principale

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_a \\ \dot{\varepsilon}_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ar} \\ C_{ra} & C_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}'_a \\ \dot{\sigma}'_r \end{Bmatrix}$$

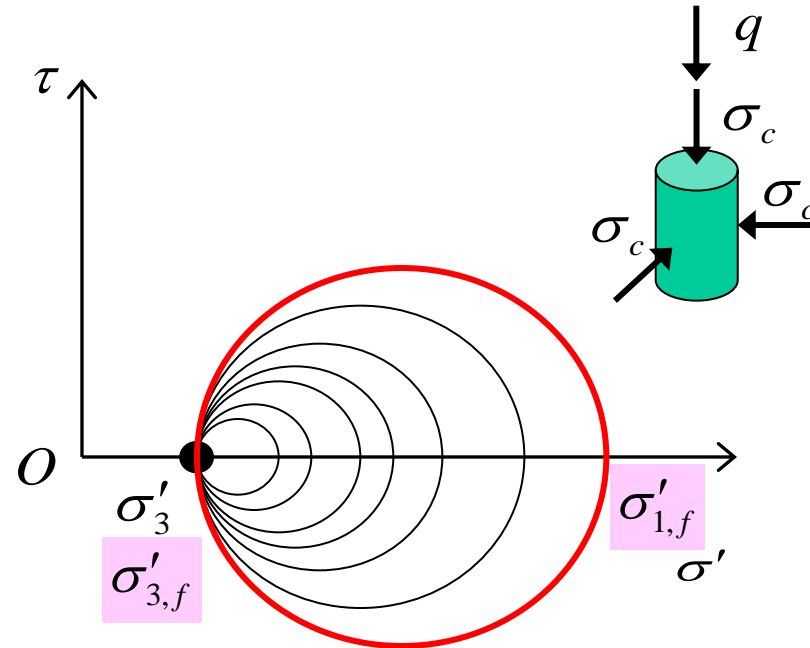
Fase 3: RIELABORAZIONE- Piano di Mohr

Fase 1 : consolidazione isotropa



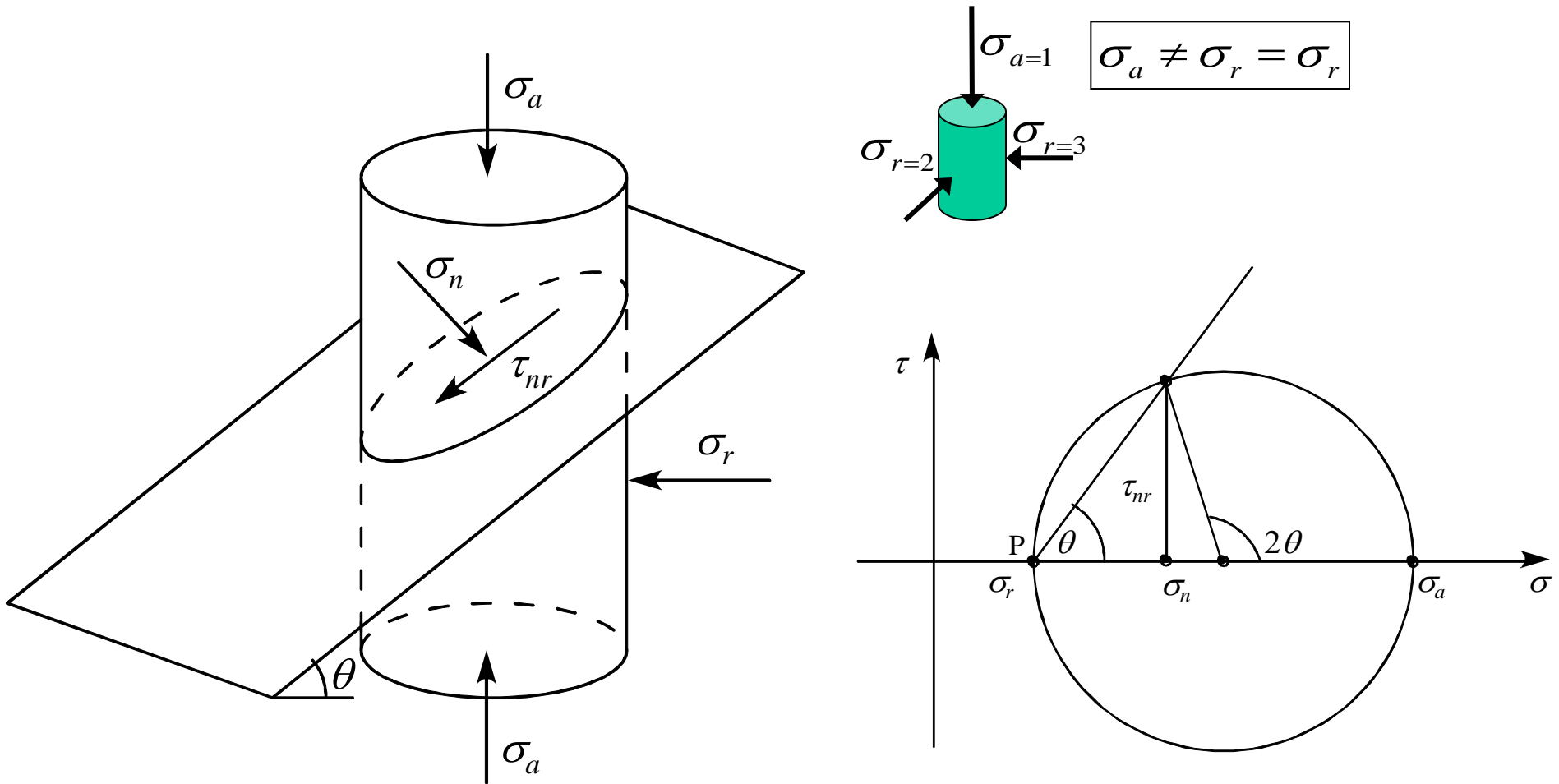
cerchio di mohr di
compressione isotropa

Fase 2 : compressione (taglio)



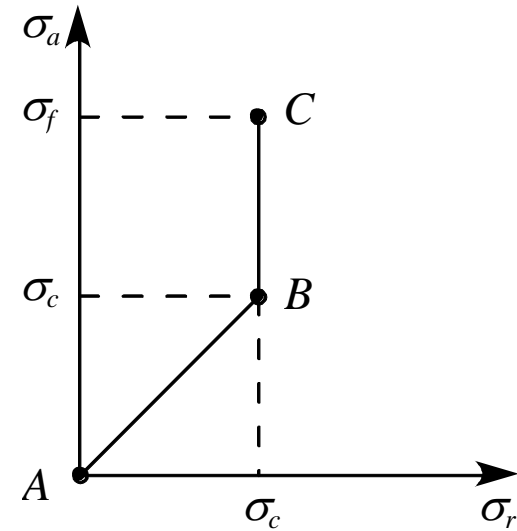
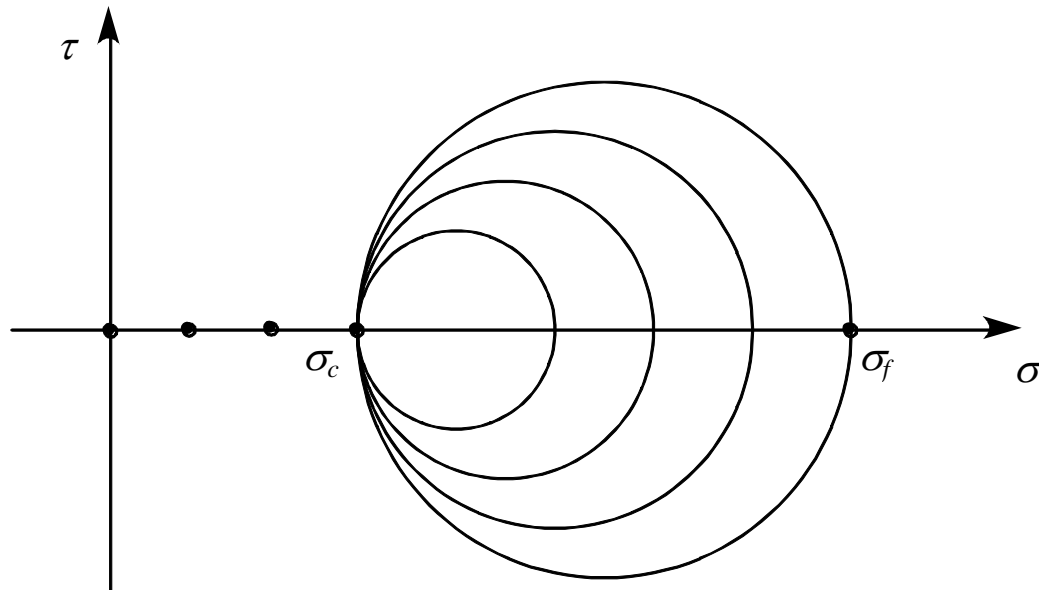
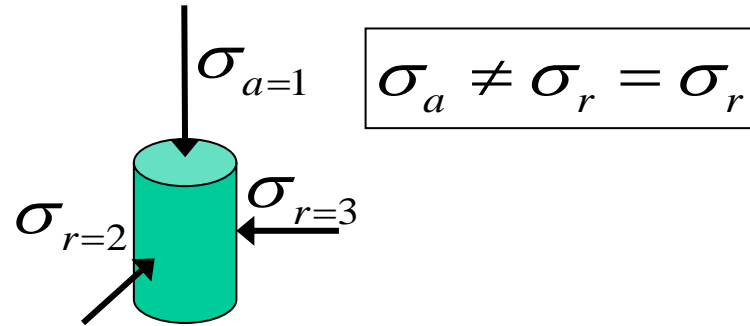
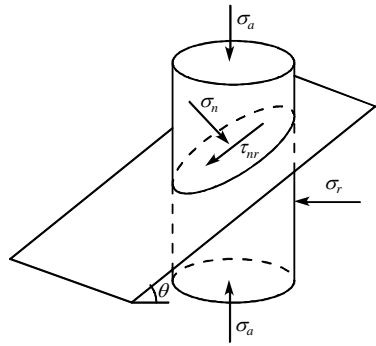
cerchio di mohr fase di
taglio drenato

Fase 3: RIELABORAZIONE- Stato tensionale e cerchio di Mohr



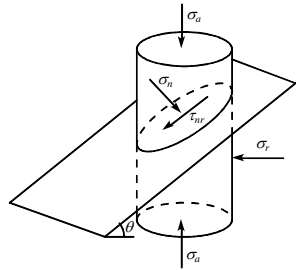
Immagini tratte:
Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Fase 3: RIELABORAZIONE- Percorso tensionale – Stress Path



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

Fase 3: RIELABORAZIONE- Percorso tensionale – Stress Path



Invarianti

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \quad q = \sigma_1 - \sigma_3$$

FASE 1: Compressione isotropa

$$\begin{cases} dp = \frac{d\sigma_1 + 2d\sigma_3}{3} = d\sigma_1 \\ dq = d\sigma_1 - d\sigma_3 = 0 \end{cases}$$

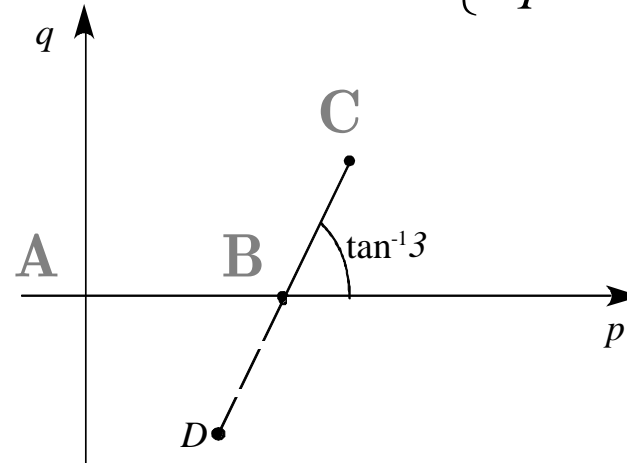
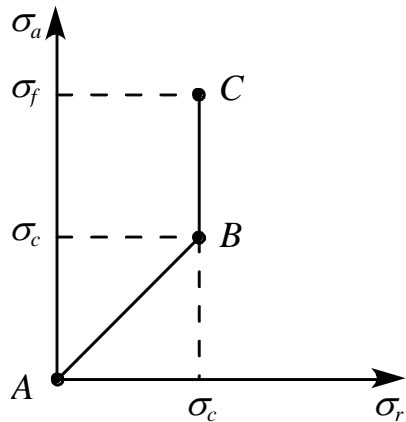
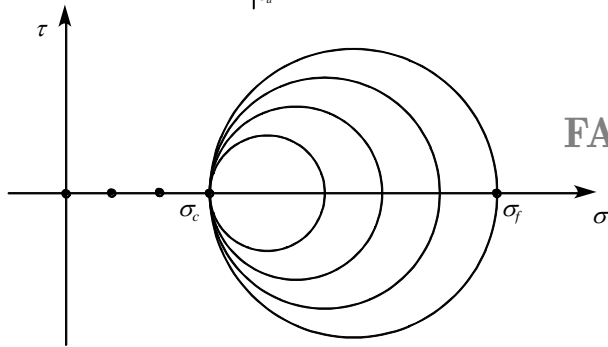
$$d\sigma_1 = d\sigma_3$$

FASE 2: Compressione assiale

$$d\sigma_1 \neq 0 \quad d\sigma_3 = 0$$

$$dq = 3dp$$

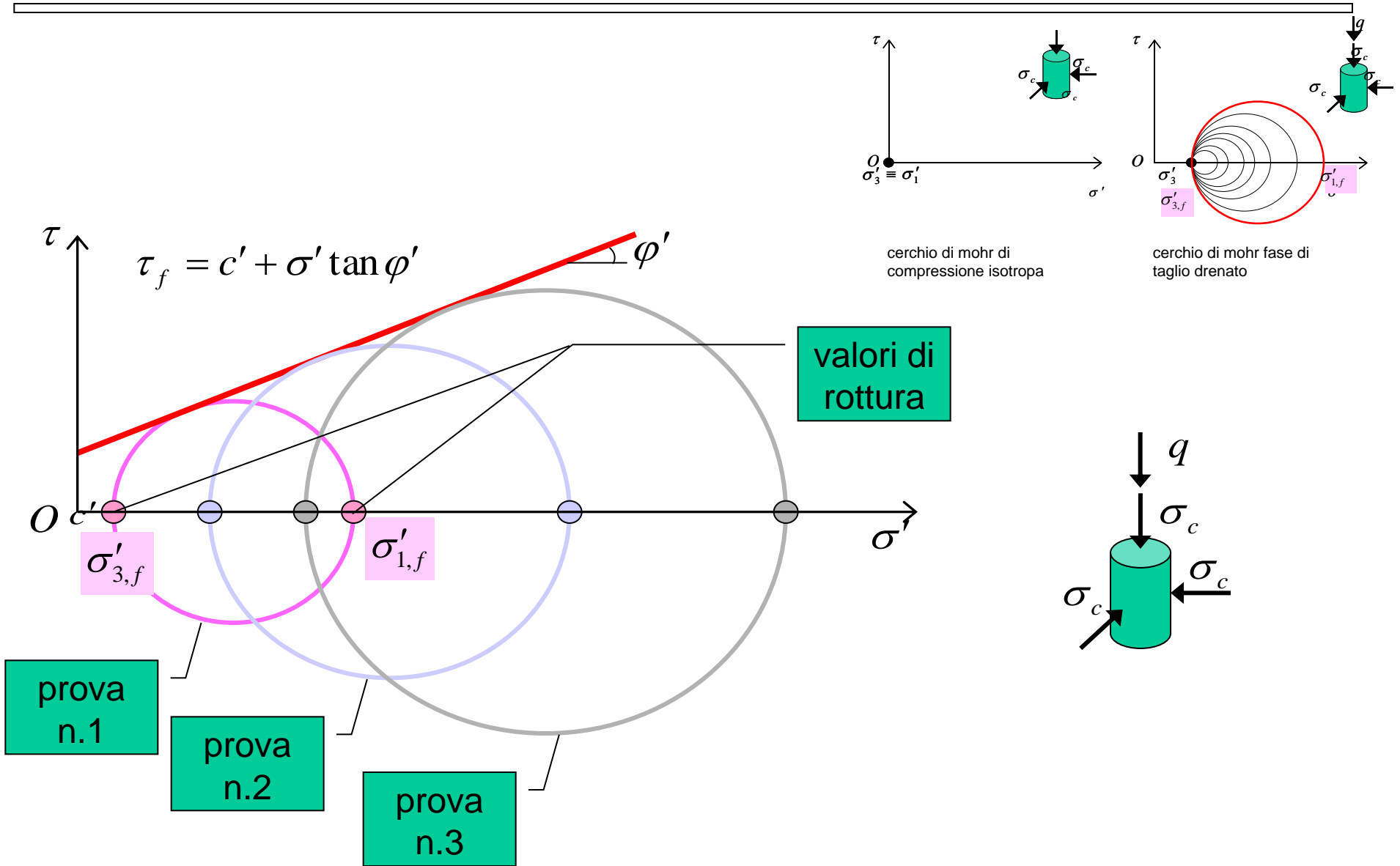
$$\begin{cases} dp = d\sigma_1/3 \\ dq = d\sigma_1 \end{cases}$$



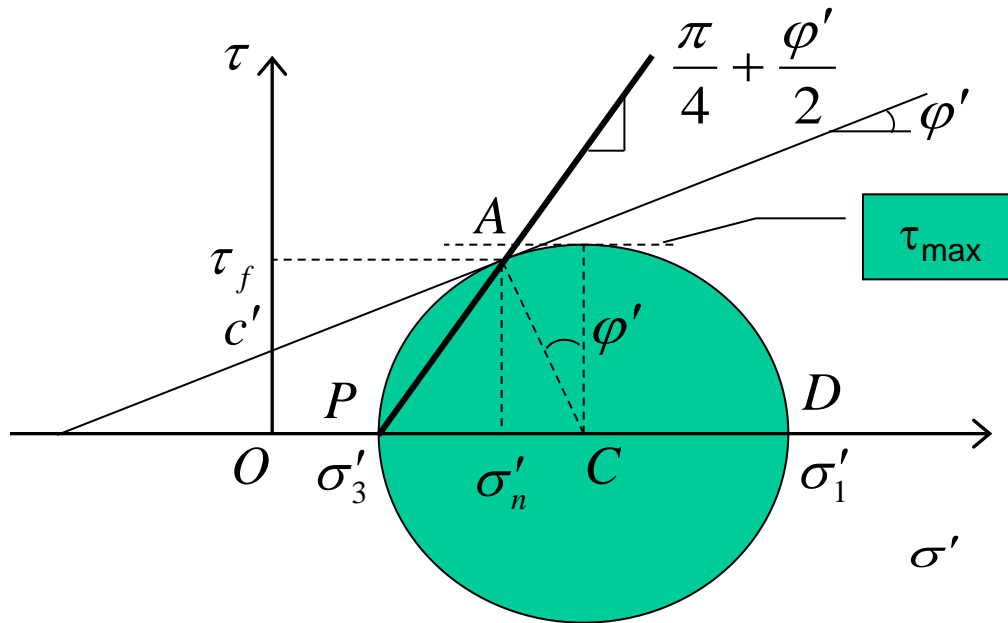
Immagini tratte:

Nova R. (2002) Fondamenti di Meccanica delle Terre, ed. Mc Graw Hill.

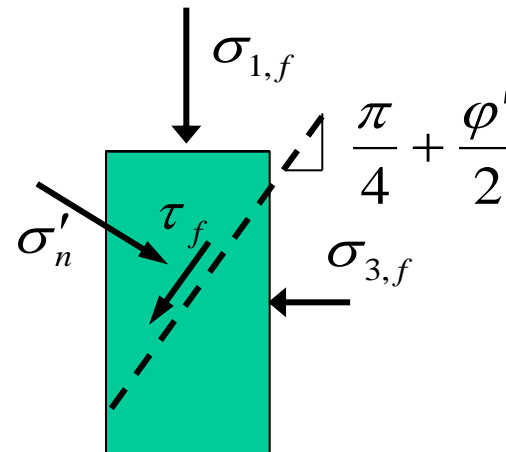
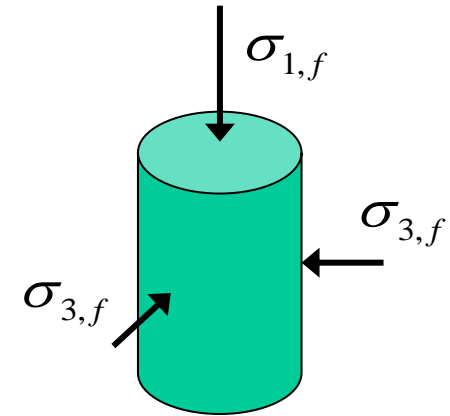
Fase 3: RIELABORAZIONE - CRITERIO DI ROTTURA: Mohr-Coulomb



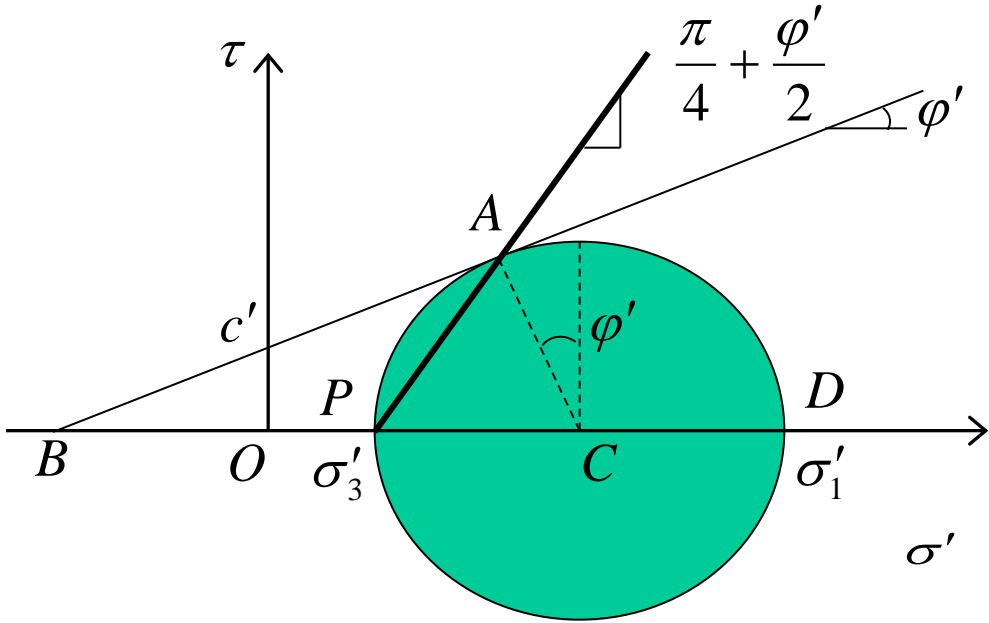
Fase 3: RIELABORAZIONE – PIANO di ROTTURA: Mohr-Coulomb



$$\tau_f = c' + \sigma'_n \tan \varphi'$$



Critério di Rottura di Mohr-Coulomb: tensioni principali

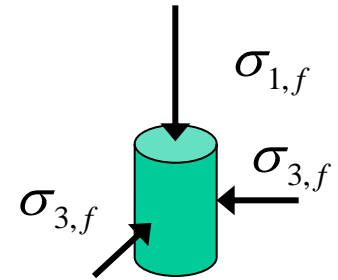


$$AC = BC \sin \varphi'$$

$$BC = BO + OC$$

$$BO = c' \cot \varphi'$$

$$AC = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$



$$OC = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \left(c' \cot \varphi' + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \sin \varphi'$$

$$\sigma_{1,f} = \sigma_{3,f} \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} + 2c' \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'}}$$

$$\sigma_{1,f} = \sigma_{3,f} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) + 2c' \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

Criterio di Rottura di Mohr-Coulomb: formule riassuntive

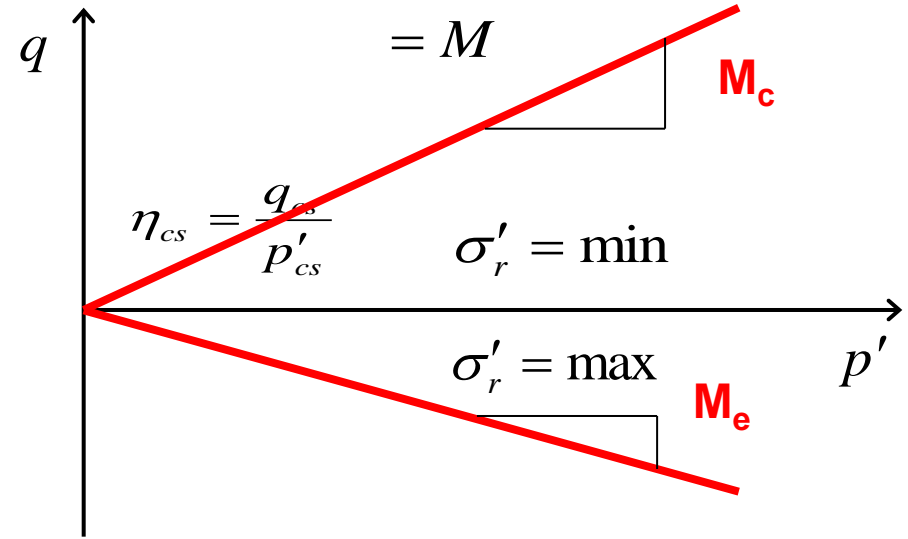
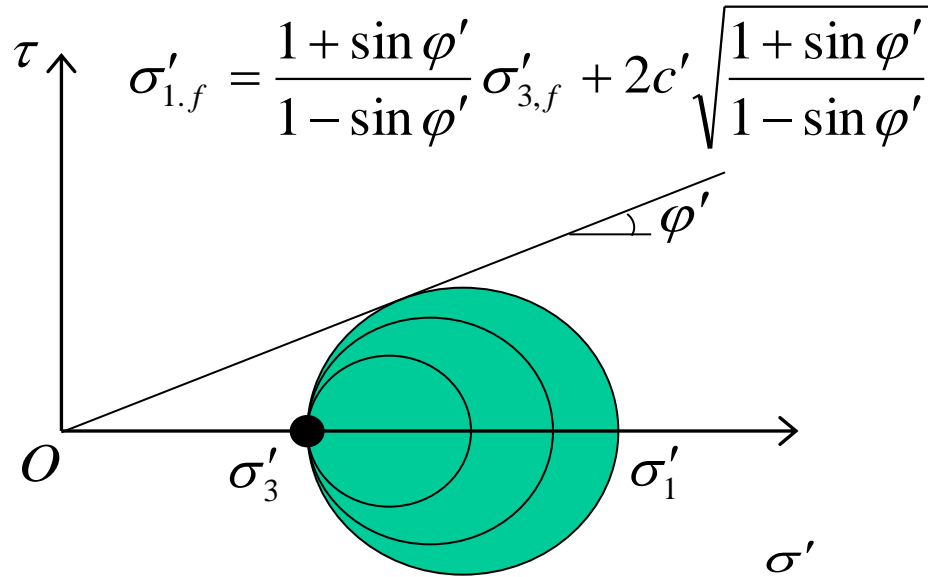
$$\sigma_{1,f} = \sigma_{3,f} \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} + 2c' \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'}}$$

$$\sigma_{1,f} = \sigma_{3,f} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) + 2c' \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

$$\sigma_{3,f} = \sigma_{1,f} \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} - 2c' \sqrt{\frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'}}$$

$$\sigma_{3,f} = \sigma_{1,f} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right) - 2c' \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} \right)$$

Quanto vale M in compressione triassiale?



in compressione triassiale

$$M_c = 3 \frac{\sigma'_{a,u} - \sigma'_{r,u}}{\sigma'_{a,u} + 2\sigma'_{r,u}} = 3 \frac{\frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \sigma'_{r,u} - \sigma'_{r,u}}{\frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \sigma'_{r,u} + 2\sigma'_{r,u}} = 3 \frac{2 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'} = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'}$$

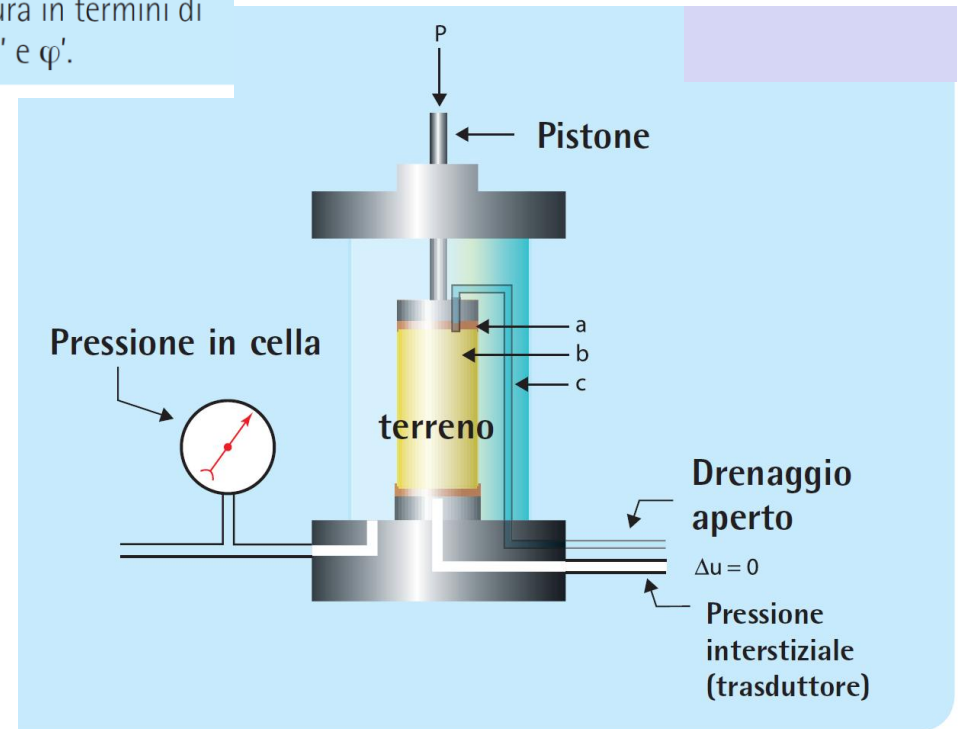
Tipologie di prove e risultati sperimentali su sabbie e argille

Tipi di prove standard: CD consolidata drenata

Effective stress measurement

Consolidated Drained (CD) tests

Il metodo di prova è simile alla prova "CU", in quanto la resistenza al taglio dipende dal livello delle tensioni applicate. Si sottopongono a consolidazione almeno tre provini con diversi livelli della pressione di confinamento. La successiva fase di rottura viene condotta a drenaggio aperto e a velocità sufficientemente lenta in modo da non originare variazioni di pressione interstiziale all'interno dei provini. In questo modo tensioni totali ed efficaci coincidono. Si tracciano quindi i cerchi di Mohr a rottura in termini di tensioni efficaci e dall'involuppo di rottura si determinano i parametri c' e φ' .



Tipi di prove standard: CU consolidata NON drenata

Effective stress measurement

Consolidated Undrained (CU) tests

Con questo metodo di prova la resistenza al taglio è misurata in termini di tensioni efficaci. Prima della fase di rottura, si sottopongono a consolidazione almeno tre provini (variandone così la struttura e il contenuto d'acqua) con diversi livelli della pressione di confinamento. Tenendo conto che la resistenza al taglio aumenta in funzione delle tensioni efficaci, è possibile applicare il modello di Mohr-Coulomb in termini di tensioni efficaci:

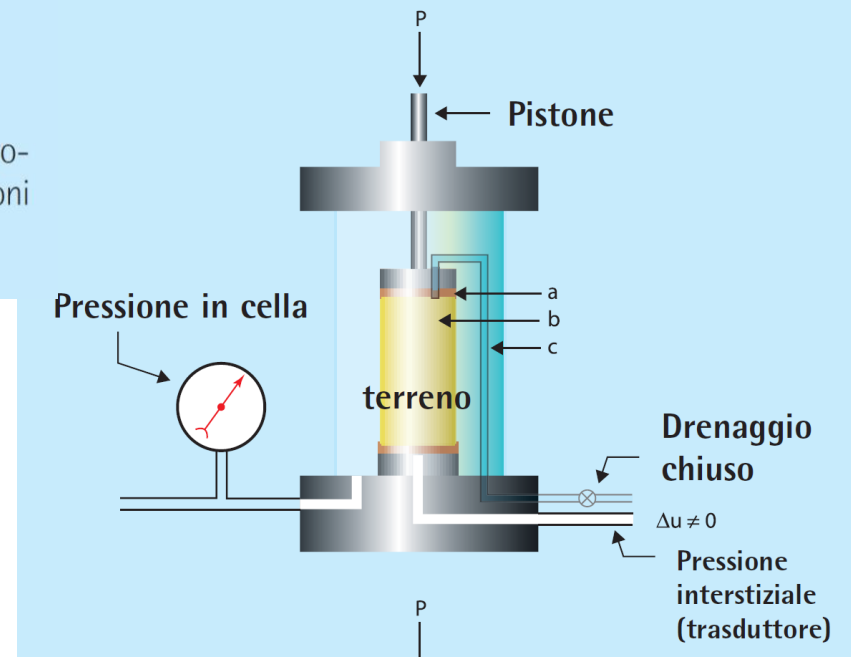
$$\tau = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

dove: τ = resistenza al taglio

σ' = tensione normale efficace

c' , φ' = parametri dell'involuppo di Mohr in termini di tensioni efficaci

Nel corso della fase di rottura si misura la variazione della pressione interstiziale del provino, che non ha la possibilità di drenare. In questo modo si possono calcolare le tensioni efficaci come differenza tra tensioni totali e variazione delle pressioni interstiziali.



Tipi di prove standard: UU NON consolidata e NON drenata

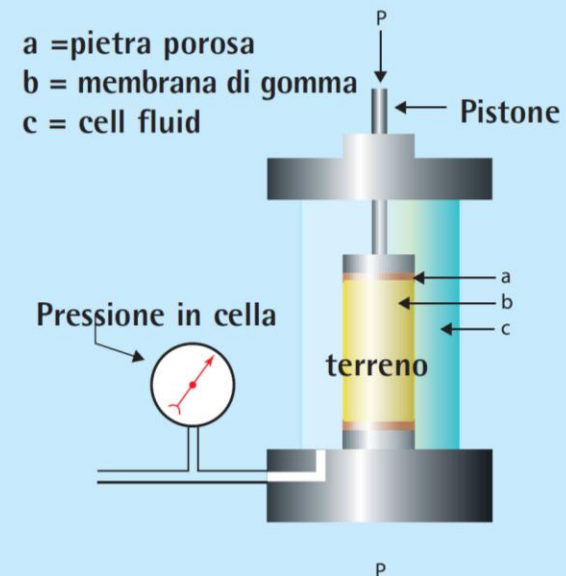
Misura in termini di tensioni totali

Prove UU (non consolidate non drenate)

Con questo metodo di prova la resistenza al taglio è misurata in termini di tensioni totali. Il provino di terreno (assunto saturo) non viene consolidato e, mantenendo quindi inalterata la struttura originale e il contenuto d'acqua, si ottiene un valore di resistenza che dipende solo dal livello delle tensioni geostatiche preesistenti in sito.

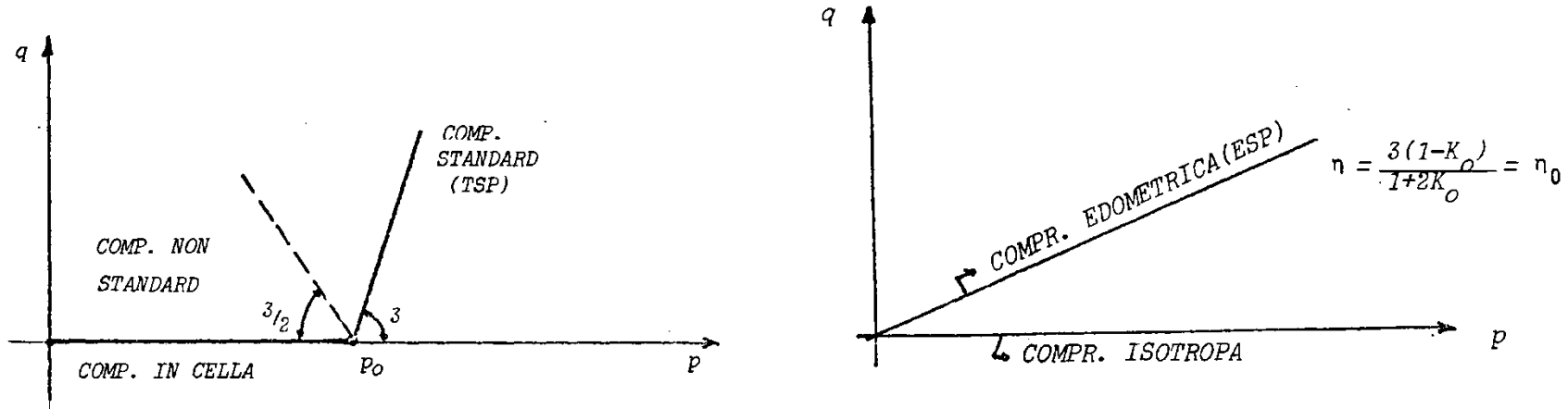
La prova viene solitamente eseguita su tre provini appartenenti allo stesso campione e sottoposti a tre diversi livelli di pressione di confinamento. Nell'ipotesi che il terreno sia completamente saturo, le tensioni efficaci a rottura sono indipendenti dalla pressione in cella e quindi uguali per i tre provini.

L'involuppo di Mohr, plottato in termini di tensioni totali, è orizzontale e la resistenza al taglio è costante e pari a C_u (resistenza al taglio non drenata).

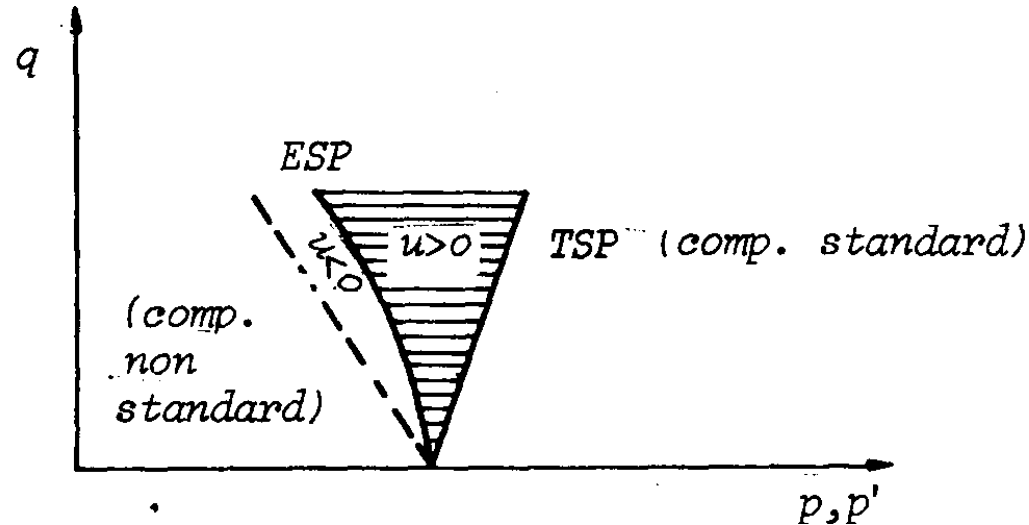


Tipici percorsi tensionali

Percorsi di compressione differenti (sforzi totali : TSP Total Stress Path)

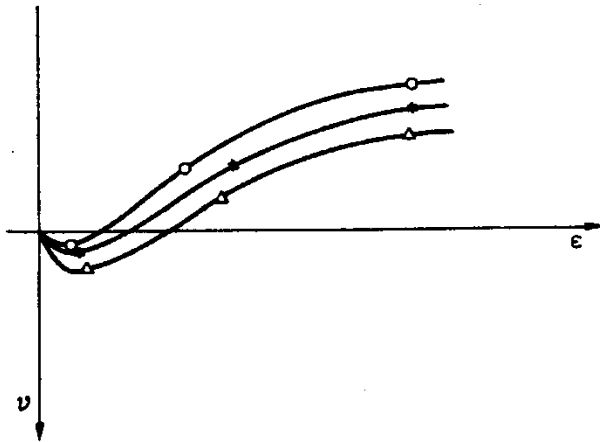
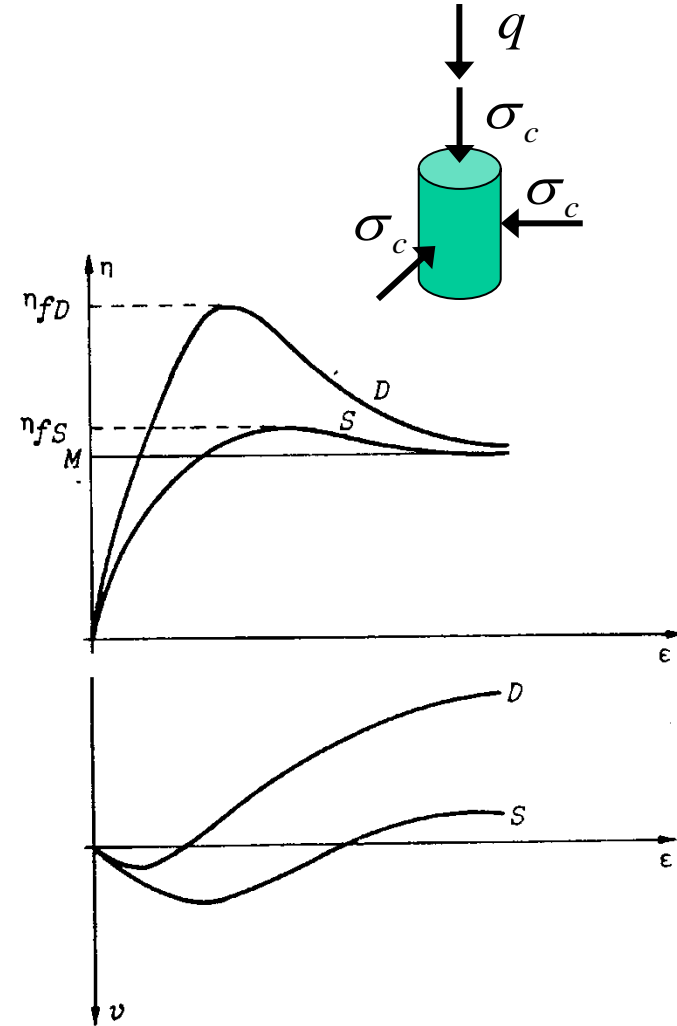
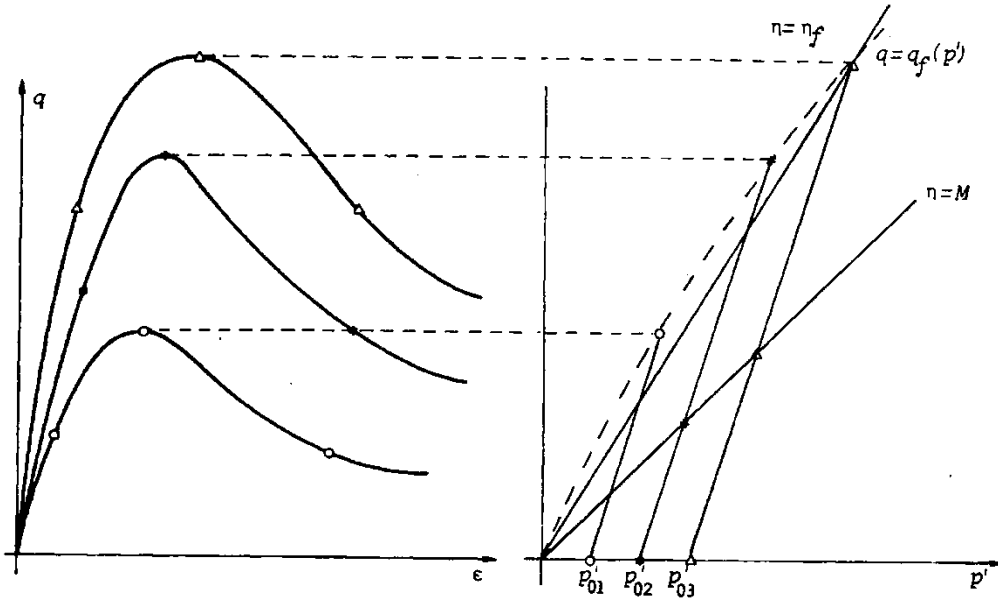


Prove non drenate: ESP (Effective Stress Path) \neq TSP (Total Stress Path)



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Geotecnica, ed. Clup 1978

Prove drenate (CD) su sabbie



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Geotecnica, ed. Clup 1978

Prove drenate (CD) su sabbie

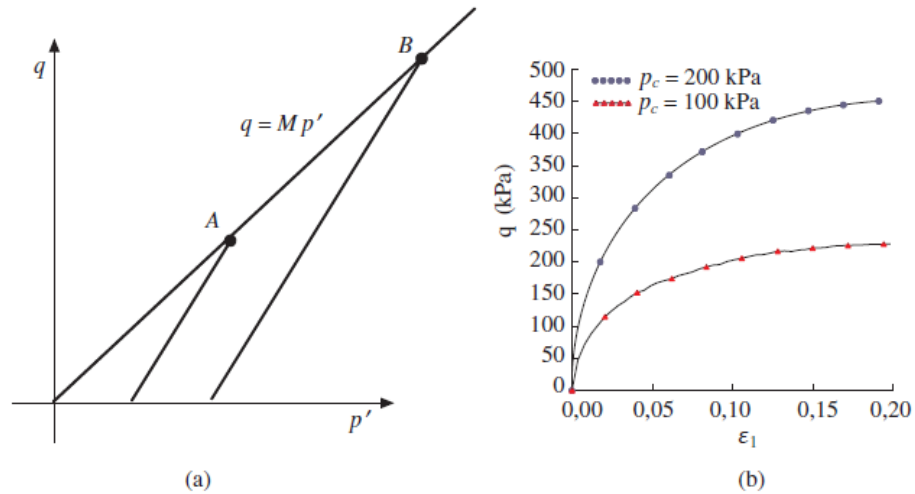


Figure 5.34. Results of triaxial compression tests on samples of loose sand; (a) stress path;

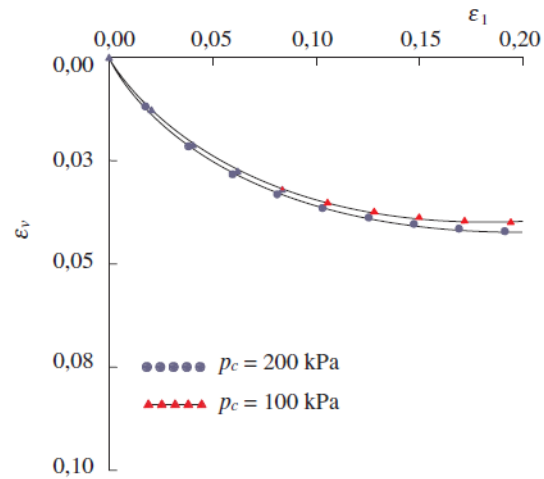
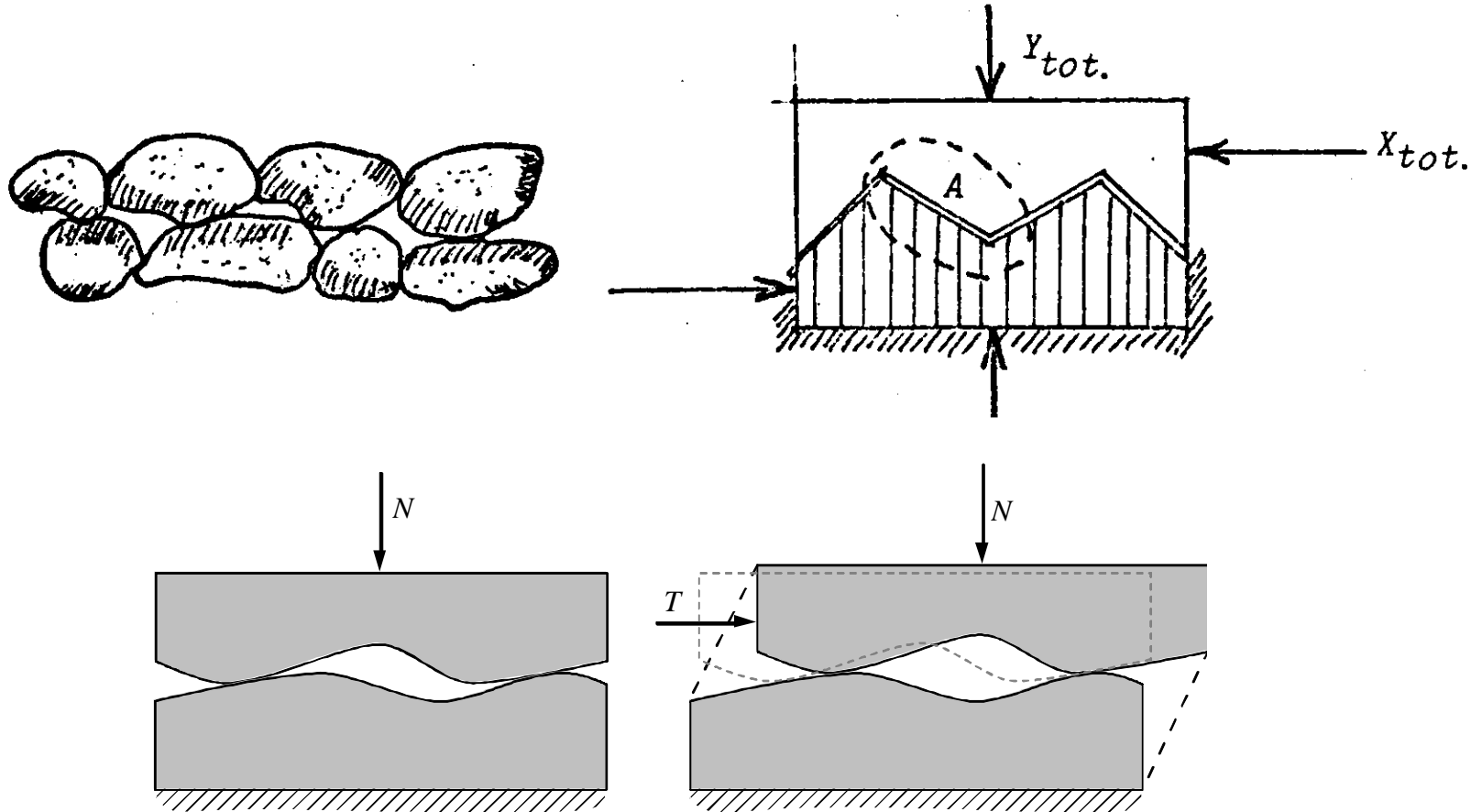


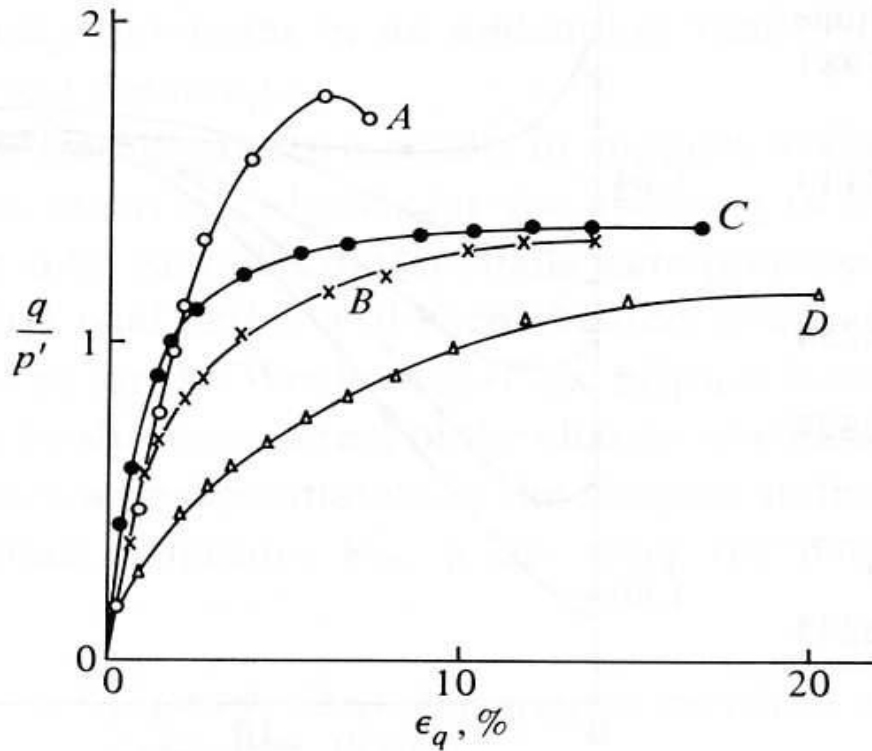
Figure 5.35. Results of triaxial compression tests on samples of loose sand; volumetric strain - axial strain (Matiotti, 1996)

Meccanismo della dilatanza



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Geotecnica, ed. Clup 1978

Prove drenate (CD) su sabbie



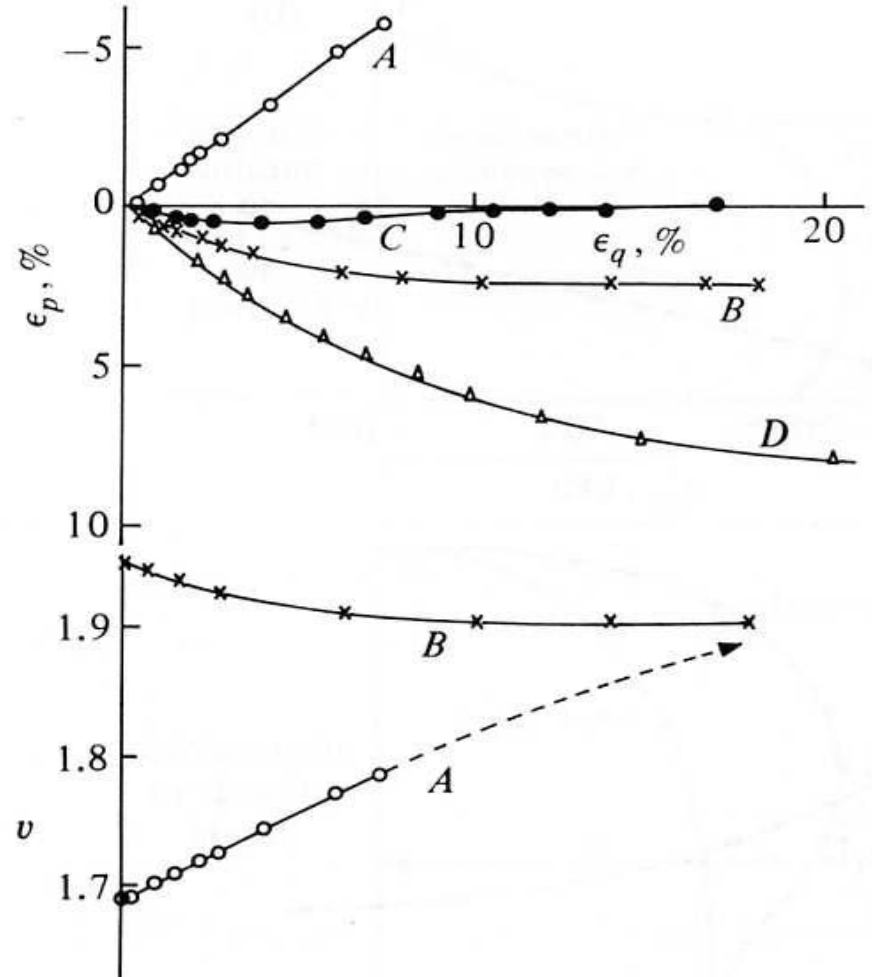
(a)

A: $p'_0=98\text{kPa}$, $v_0=1.69$

C: $p'_0=2.07\text{MPa}$, $v_0=1.72$

D: $p'_0=34.4\text{MPa}$, $v_0=1.69$

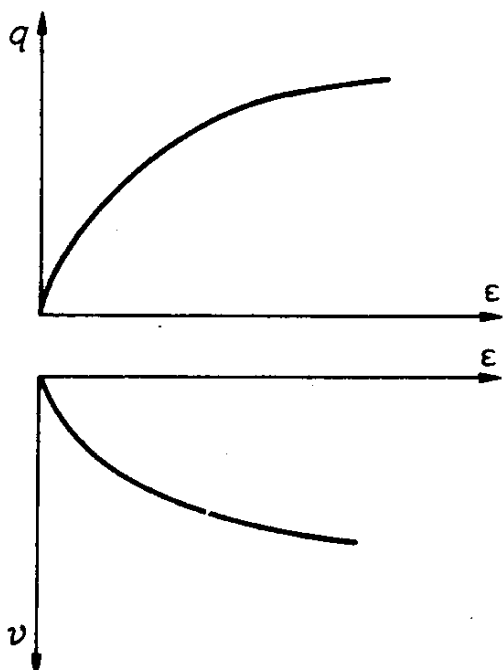
B: $p'_0=98\text{kPa}$, $v_0=2.03$



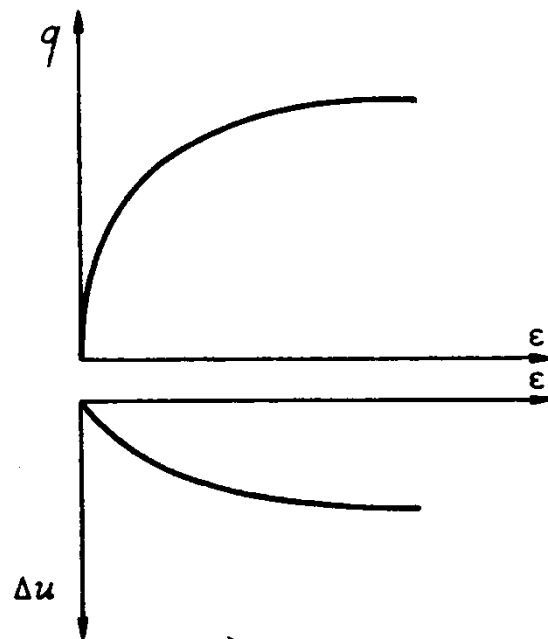
v

Prove su argille normal-consolidate (NC)

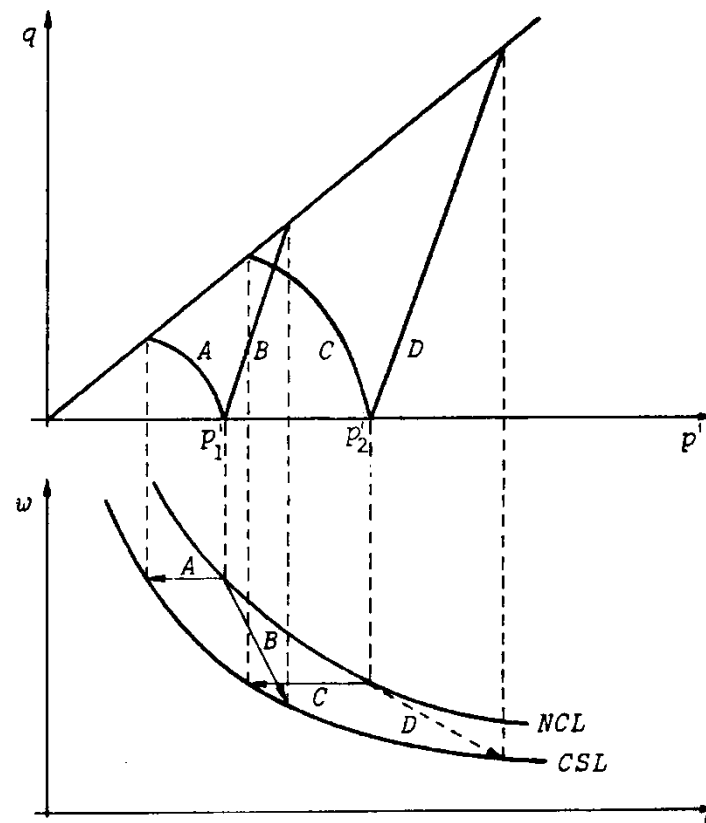
Prova drenate



Prova non-drenate

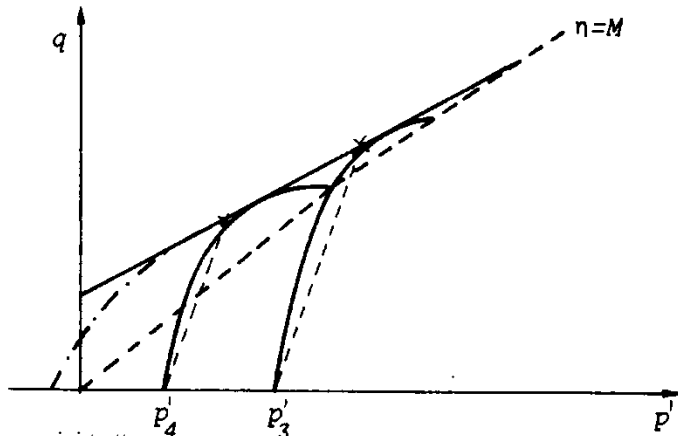
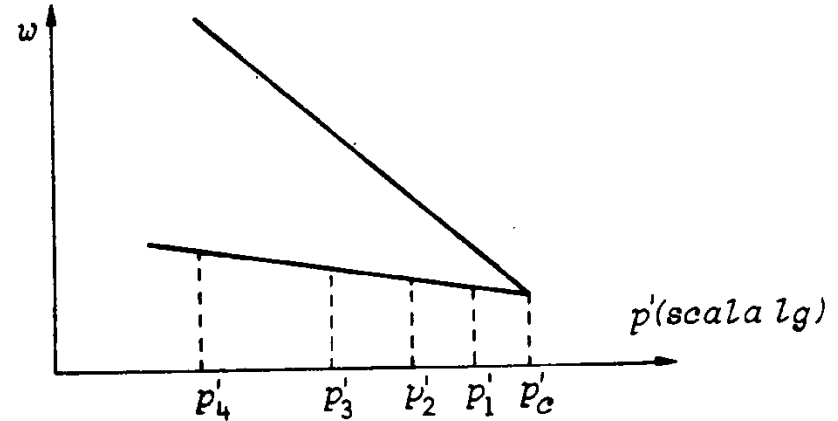
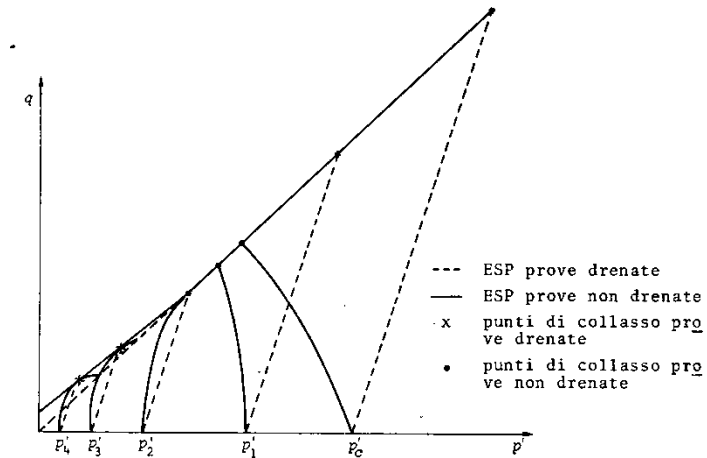


Percorso degli sforzi



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Geotecnica, ed. Clup 1978

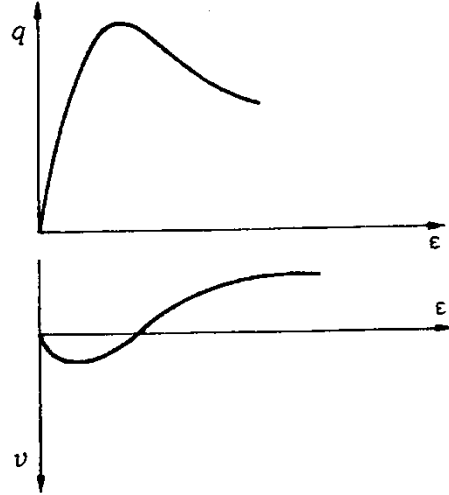
Prove di carico su argille sovraconsolidate OC (percorsi di carico)



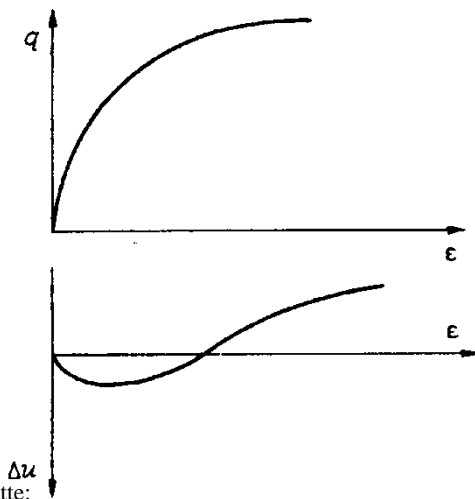
Immagini tratte:
 Nova R. (2002) Geotecnica, ed. Clup 1978

Prove di carico su argille sovraconsolidate OC (sforzi-def.)

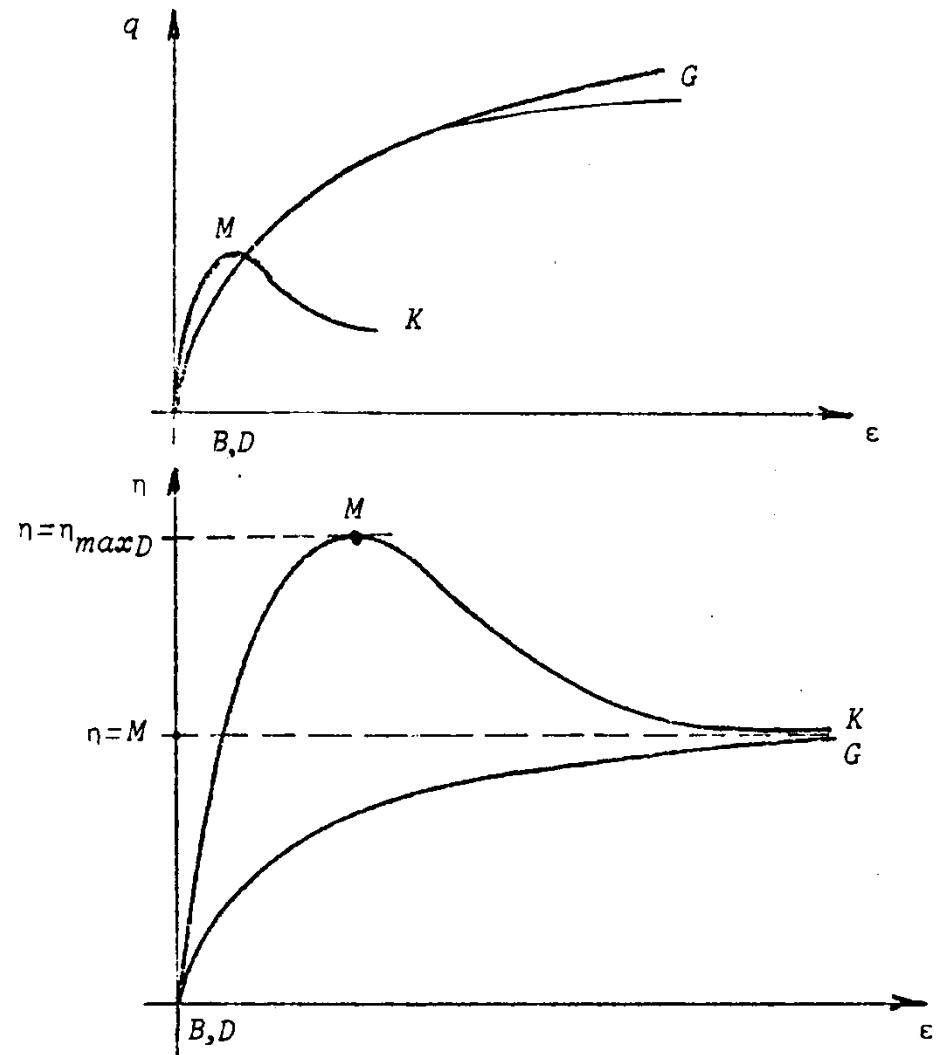
Prova drenate



Prova non drenate



Confronto prova drenate e non drenata



Immagini tratte:
Nova R. (2002) Geotecnica, ed. Clup 1978

Prova CU su argilla OC: ingrandimento

