

Il coefficiente alfa di Cronbach

Giovanni Battista Flebus

Lezioni di Psicometria

Il coefficiente alfa di Cronbach

- Dalla derivazione della formula di SB, diversi autori (Kuder & Richardson, 1937) hanno proposto ulteriori generalizzazioni e sviluppi, condensati nella formula del coefficiente alfa di Cronbach (1951), che utilizza direttamente le varianze e covarianze degli item di un test per stabilire il **coefficiente alfa di fedeltà**

Calcolo del coefficiente alfa

n è il numero di item di un test

s_i^2 è la varianza dell'item i

s_t^2 è la varianza del test intero

$$alfa = \frac{n}{n-1} \cdot \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n s_{item}^2}{s_{test}^2} \right)$$

Primo esempio di calcolo

- Matrice di varianze e covarianze di tre item

	item 1	item 2	item 3
item 1	5	4	2
item 2	4	6	3
item 3	2	3	8

Somma delle varianze degli item = 19

Varianza del punteggio totale = 37

$$\text{coeff } \alpha = \frac{3}{3-1} \cdot \left(1 - \frac{(5+6+8)}{37} \right) = 0,730$$

Esempio di calcolo con un test di quattro item

	$q1$	$q2$	$q3$	$q4$
$q1$	2,1	2,0	1,8	1,7
$q2$	2,0	2,3	1,2	1,4
$q3$	1,8	1,2	2,4	1,5
$q4$	1,7	1,4	1,5	2,0

Somma delle varianze degli item (diagonale) = 8,8

Varianza del test (somma di tutti gli elementi della matrice) = 28,0

$$\text{coeff } \alpha = \frac{4}{4-1} \cdot \left(1 - \frac{(2,1 + 2,3 + 2,4 + 2,0)}{28} \right) = 0,914$$

Caratteristiche del coefficiente alfa

- Varia da 0 a 1
- E' la **media** di tutti i possibili coefficienti split-half
- Rileva **l'omogeneità** dei punteggi, ma non la loro unifattorialità (presenza di una sola dimensione)
- Rappresenta la quota della varianza del punteggio **vero**
- **Non** rappresenta la quota (o percentuale) di persone il cui punteggio è privo di errore

Coefficiente alfa (con due esempi estremi)

Usiamo tre item standardizzati per evidenziare le differenze

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$N = 3$$

$$\text{alfa} = \frac{3}{3-1} \cdot \left(1 - \frac{3}{S^2_{test}} \right)$$

	Caso A	Caso B	Caso C
Somma varianza degli item	3	3	3
Varianza totale del test	3	6	9
Coefficiente alfa	0,0	0,75	1,0

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nel caso A, i tre item hanno covarianze nulle, sono tre misurazioni completamente slegate fra di loro. Il punteggio totale è equivalente alla somma delle varianze, senza nessun apporto dovuta alla covariazione.

	Caso A	Caso B	Caso C
Somma varianza degli item	3	3	3
Varianza totale del test	3	6	9
Coefficiente alfa	0,0	0,75	1,0

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

La covarianza fra item è perfetta, il punteggio totale correla completamente con il punteggio di ogni item. Il test così formato non ha errori di misurazione, perché è una misura perfetta ripetuta tre volte.

	Caso A	Caso B	Caso C
Somma varianza degli item	3	3	3
Varianza totale del test	3	6	9
Coefficiente alfa	0,0	0,75	1,0

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Il caso B è quello comune, intermedio fra i due. La correlazione fra tre item non è perfetta, ma ogni item apporta un po' di precisione alla misurazione del punteggio totale

	Caso A	Caso B	Caso C
Somma varianza degli item	3	3	3
Varianza totale del test	3	6	9
Coefficiente alfa	0,0	0,75	1,0

Il suo principio

- Il coefficiente alfa si basa su un confronto fra
- **somma delle varianze** dei singoli item di un test e
- **somma di varianze e covarianze degli item** (che formano il punteggio totale).

Il suo uso contemporaneo

- E' un indice molto usato, fondamentale per capire la fedeltà di una scala di misurazione (test mentale, questionario).

Indicazione di utilizzabilità del coefficiente alfa

Inferiore a 0,65	inaccettabile
Oltre 0,65	sufficiente
Oltre 0,70	discreto
Oltre 0,80	buono
Oltre 0,90	ottimo

Limiti del coefficiente alfa

- Le tendenze attuali mettono in luce le sue lacune e molti autori propugnano il ricorso ad altri coefficienti di fedeltà, basati sul coefficiente **omega**, che utilizza le saturazioni fattoriali della scala, per produrre una misurazione più precisa.

Esempio con tre item

- Scala di armonia col corpo
(Questionario BeSco, Statistiche preliminari)

Item Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
a20 Sono ossessionato dal mio peso corporeo	2,07	1,309	1570
b5 Vorrei avere un'altra costituzione fisica	2,46	1,443	1570
c3 Sono troppo grasso	1,87	1,226	1570

Che cosa suggerisce l'esame delle correlazioni?

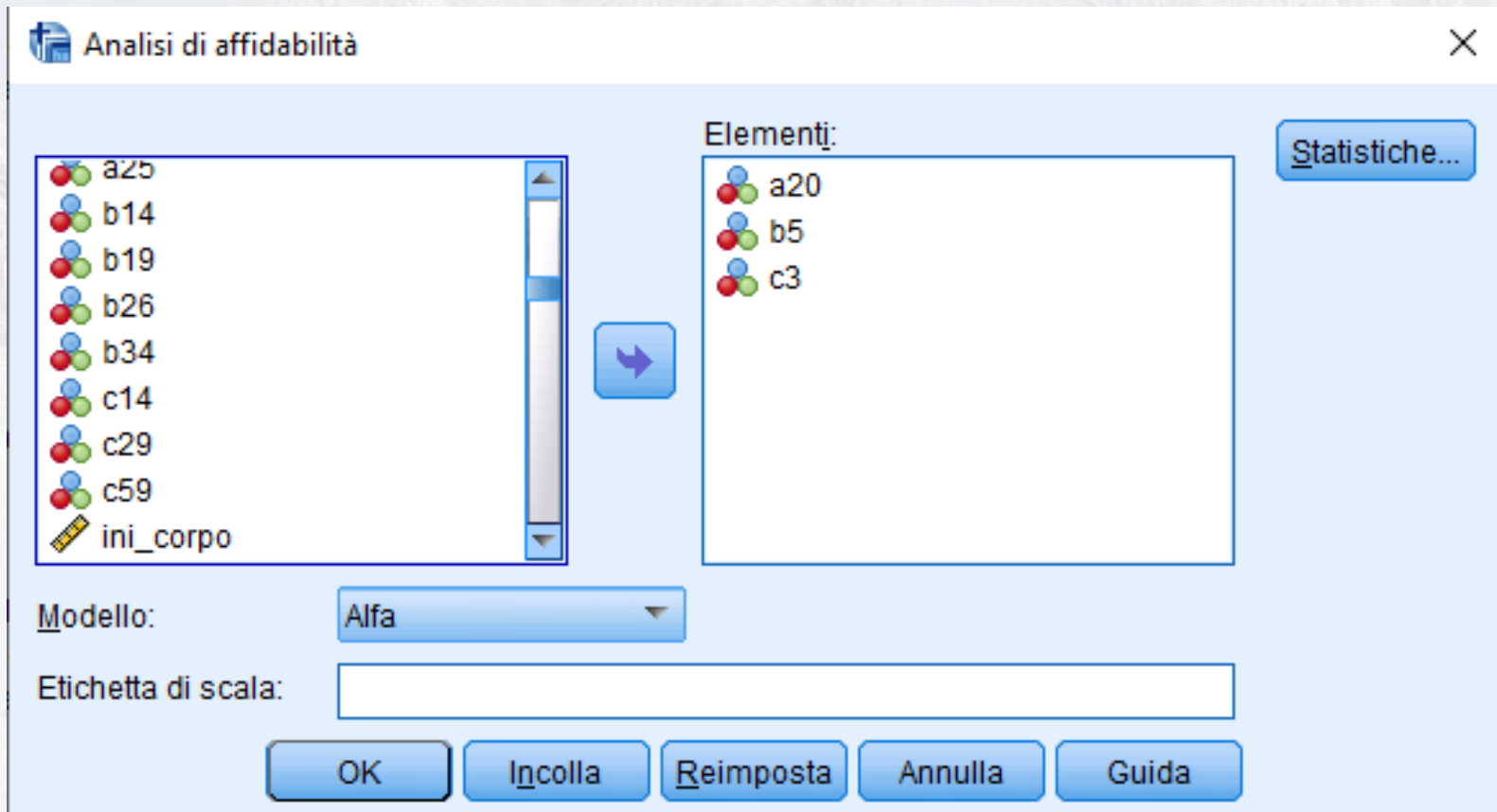
Le tre correlazioni sono elevate, e quindi fanno pensare a un fattore soggiacente comune ai tre item

Inter-Item Correlation Matrix

	a20 Sono ossessionato dal mio peso corporeo	b5 Vorrei avere un'altra costituzione fisica	c3 Sono troppo grasso
a20 Sono ossessionato dal mio peso corporeo	1,000	,639	,678
b5 Vorrei avere un'altra costituzione fisica	,639	1,000	,622
c3 Sono troppo grasso	,678	,622	1,000

Calcolo della fedeltà con SPSS

- Menu Analizza > Scala > Analisi di affidabilità



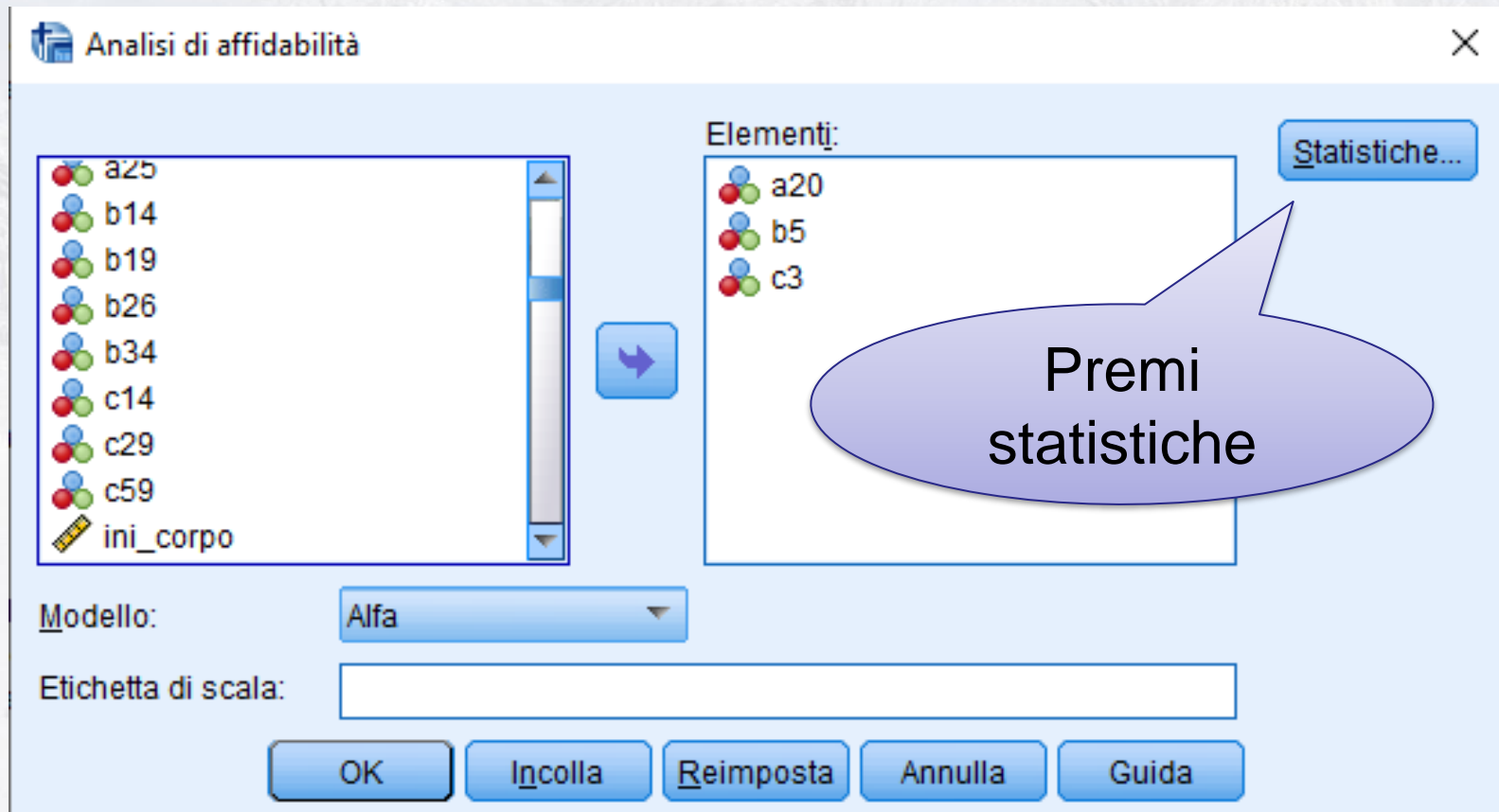
- Anche con soli tre item, il questionario ha un'elevata fedeltà (coefficiente alfa elevato)

Statistiche di affidabilità

Alpha di Cronbach	N. di elementi
,842	3

Analisi della fedeltà con SPSS

- Menu Analizza > Scala > Analisi di affidabilità



Descrittive per

- Elemento
- Scala
- Scala se l'elemento è eliminato

Interelemento

- Correlazioni
- Covarianze

Metti la spunta su Scala se l'elemento è eliminato

Riepiloghi

- Medie
- Varianze
- Covarianze
- Correlazioni

Tabella ANOVA

- Nessuno
- Test F
- Chi-quadrato di Friedman
- Chi-quadrato di Cochran

- T-quadrato di Hotelling
- Coefficiente di correlazione intraclassa

- Test di addittività di Tukey

Modello: Misto a due vie

Tipo: Consistenza

Intervallo di confidenza: 95 %

Valore test: 0

Continua Annulla Guida

OK Incolla Reimposta Annulla Guida

Statistiche...

Statistiche elemento-totale

	Correlazione elemento- totale corretta	Alpha di Cronbach se viene eliminato l'elemento
a20 Sono ossessionato dal mio peso corporeo	,729	,760
b5 Vorrei avere un'altra costituzione fisica	,688	,807
c3 Sono troppo grasso	,716	,777

Un buon item ha un'elevata
correlazione **positiva**
(maggiore di 0,3) con il
punteggio totale del test

Statistiche elemento-totale

	Correlazione elemento- totale corretta	Alpha di Cronbach se viene eliminato l'elemento
a20 Sono ossessionato dal mio peso corporeo	,729	,760
b5 Vorrei avere un'altra costituzione fisica	,688	,807
c3 Sono troppo grasso	,716	,777

Un buon item, se eliminato,
abbassa il coefficiente alfa.
Se il invece lo innalza, è
meglio scartarlo