$\underset{p\times p}{A}$ simmetrica, definita positiva (...)

~~ottenere~~

$|A - \lambda I| = 0$ è ~~della forma~~ $P_p(\lambda) = 0$

Il membro di sx dell'equazione è un polinomio ~~...~~ di grado p in λ

e, posto alle ipotesi su A (autovalori) presenta p radici reali positive, che ordiniamo in senso non crescente

$$\lambda_{(1)} \geq \lambda_{(2)} \geq \dots \geq \lambda_{(p)} \geq 0$$

$$A\underline{x} = \lambda \underline{x} \qquad (A - \lambda I)\underline{x} = 0$$

~~Ad~~ ogni perché $|A - \lambda I| = 0$ il rango di $(A - \lambda I)$ è minore di p, pertanto la soluzione per $\underline{x}$ dipende da un parametro libero

Risolvendo $(A - \lambda_j I)\underline{w}_j = 0$, con con il vincolo $\underline{w}_j' \underline{w}_j = \sum_{i=1}^{p} w_{ji}^2 = 1$

Si ottiene $\underline{w}_j^*$, denominato autovettore associato all'autovalore λ_j

Teorema

$\underset{p \times p}{A}$ simmetrica definita positiva

- $A = P \Lambda P'$

P matrice degli autovettori accostati per colonne

$\Lambda = \text{diag}(\lambda_{(1)}, \lambda_{(2)}, \dots, \lambda_p)$

- P ortogonale cioè $P' = P^{-1}$

$P \cdot P^{-1} = P^{-1} \cdot P = I$

- $Tr(A) = \sum_{i=1}^{p} a_{ii}$ "somma dei valori della diagonale principale"

$Tr(A \cdot B) = Tr(B \cdot A)$

$Tr(A) = Tr(\Lambda) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_{(i)}$

$Tr(A) = Tr(P \Lambda P') = Tr(P P' \Lambda) = Tr(I \Lambda)$

$= Tr(\Lambda) = \sum_{i=1}^{p} \lambda_{(i)}$

- $A = \sum_{i=1}^{p} \lambda_{(i)} \underline{w}_i \underline{w}_i'$

$\underline{w}_i$ l'autovettore associato all'auto=
valore $\lambda(i)$

$$A \sim \sum_{i=1}^{r} \lambda_{(i)} \underline{w}_i \underline{w}_i'$$

$r < p$

$$\mathrm{Det}(A \cdot B) = \mathrm{Det}\, A \cdot \det B$$

$$\mathrm{Det}(P \Lambda P') = \mathrm{Det}(\Lambda P'P) =$$

$$= \mathrm{Det}(\Lambda) \cdot \mathrm{Det}(P'P) =$$

$$= \mathrm{Det}(\Lambda) \cdot \mathrm{Det}(I) = \mathrm{Det}\, \Lambda =$$

$$= \prod_{i=1}^{p} \lambda_{(i)}$$