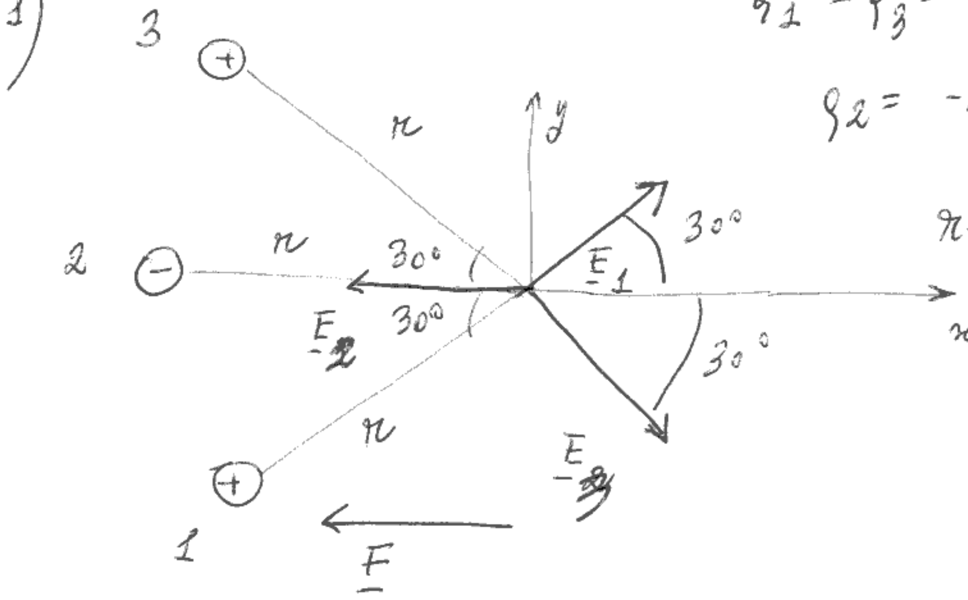
Prima prova in itinere del 25/11/20

1)



$q_1 = q_3 = 3$ nC

$q_2 = -2$ nC

$r = 4$ cm

a) Direzione e verso dei 3 campi elettrici sono mostrati in figura.
Rispetto al modulo

$$E_3 = E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2} \approx 1.69 \cdot 10^4 \ N/C$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ q_2/r^2 \approx 1.12 \cdot 10^4 \ N/C$$

b) Sommiamo separatamente le componenti x ed y di ciascun campo elettrico. Sia $\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3$ il campo elettrico totale

$E_{1x} = E_1 \cos(30°) = E_{3x}$ $\qquad E_{2y} = 0$

$E_{1y} = -E_{3y}$

$\qquad E_{2x} = -E_2$

Quindi

$$E_x = 2E_{1x} - E_2 = \sqrt{3}E_1 - E_2 \approx 1.8 \cdot 10^4 \ N/C$$

$$E_y = E_{1y} + E_{3y} = 0$$

$\underline{E}$ è diretto come l'asse x

c) Su una carica $Q = -5\ nC$ in P agisce la forza

$$\underline{F} = Q \cdot \underline{E} \qquad |\underline{F}| = Q \cdot |\underline{E}| \approx 9 \cdot 10^{-5}\ N$$

$\underline{F}$ è diretta verso sinistra, opposta all'asse x

2)
a) Applicando la legge di Ohm $I = \frac{\Delta V}{R} \approx 1\ mA$

b) Per definizione di differenza di potenziale

$$\mathcal{L} = -q\,\Delta V$$

Per un elettrone $q = -e = -1.6 \cdot 10^{-19}\ C$

$$\mathcal{L} = +e\,\Delta V = 1.6 \cdot 10^{-19}\ J = 1\ eV$$

c) La potenza dissipata è

$P = \frac{dW}{dt}$ dove $W = q\,\Delta V$ è l'energia dissipata

Poiché $\Delta V = \text{cost}$ e $I = dq/dt \Rightarrow P = I \cdot \Delta V = RI^2$

legge di Ohm $\Delta V = RI$

Nei sistemi di distribuzione della corrente elettrica si vuole trasportare la potenza generata (tipicamente da una centrale) ad un utilizzatore (spesso lontano dalla centrale) attraverso una linea elettrica. Poiché si vuole che la potenza sia usata prevalentemente a livello di utilizzatore, va minimizzata la potenza

dissipata in linea.
Una linea elettrica ha una resistenza finita per ragioni costruttive. Per minimizzare la potenza $P_{linea} = RI^2$ dissipata in linea, è necessario avere la I più piccola possibile. Poiché I e ΔV sono legate da $P_{centrale} = \Delta V \cdot I$, bisognerà cercare di usare ΔV più alto possibile in linea.

3) a) moltiplicando scalarmente per $\underline{v}$ entrambi i membri di $\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B})$ si ottiene:

$$\underline{F} \cdot \underline{v} = [\underbrace{q(\underline{v} \times \underline{B})}_{\underline{v} \times \underline{B} \perp \underline{v}}] \cdot \underline{v} = 0$$

Poiché, per il teorema lavoro-energia, $\underline{F} \cdot d\underline{s} = dK$

con $\begin{cases} K: \text{energia cinetica} \\ d\underline{s}: \text{spostamento infinitesimo} \end{cases}$ e $\underline{v} = d\underline{s}/dt$

segue: $\underline{F} \cdot \underline{v} = \dfrac{dK}{dt} = 0 \Rightarrow K = \dfrac{1}{2} m v^2 = \text{const}$

m: massa della particella carica

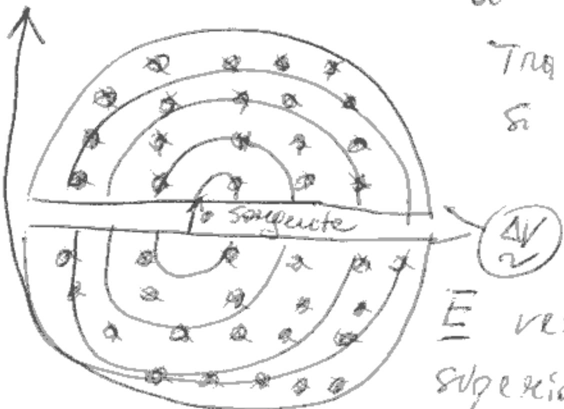
b) In un moto circolare uniforme l'accelerazione centripeta è $a = \dfrac{v^2}{r}$ a cui corrisponde la forza centripeta $F = \dfrac{mv^2}{r}$. In questo caso $F = qvB$, da cui

$$q\cancel{v}B = \frac{mv^{\cancel{2}}}{r_L} \Rightarrow r_L = \frac{mv}{qB}$$

Per definizione di periodo:

$$v = \frac{2\pi r_L}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r_L}{v} = \frac{2\pi m\cancel{v}}{qB\cancel{v}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

T è indipendente dalla velocità v della particella carica.
In un ciclotrone due regioni a forma di D sono separate da una piccola intercapedine. In ciascuna regione vi è un campo magnetico $\underline{B}$ ortogonale alle "D", ad esempio uscente.



Tra le D si applica una tensione alternata. Si ponga una sorgente di ioni al centro dell'intercapedine. Se inizialmente il generatore realizza un campo elettrico $\underline{E}$ verso l'alto, gli ioni entrano nella D superiore con una certa velocità $v \neq 0$. Quindi compiono una semi-circonferenza in un tempo $\Delta t = T/2$. Se, in questo tempo, il campo elettrico $\underline{E}$ ha cambiato segno, l'attraversamento dell'intercapedine produce un'ulteriore accelerazione del fascio di ioni. Ciò è possibile se il generatore di tensione alternata ha periodo T. Lo ione entra quindi nella D inferiore, compie una semi-circonferenza e riattraversa l'intercapedine. Il processo continua fino a che il raggio di Larmor r_L dello ione è pari a metà del diametro della D. A questo punto lo ione esce dal sistema con l'energia:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad e \quad r_L = \frac{D}{2} = \frac{mv}{qB} \Rightarrow v = \frac{qBD}{2m}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \cancel{m} \frac{q^2 B^2 D^2}{4 m \cancel{^2}} = \frac{1}{8} \frac{q^2 B^2 D^2}{m}$$

Se $D = 2m$, $B = 1T$, $q = 1.6 \cdot 10^{-19} C$, $m = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$

$$E \simeq 30 \ MeV$$