L'esercizio iniziato al minuto 3 e 14 secondi ha lo svolgimento corretto fino al minuto 28 e 51 secondi: a quel punto faccio un limite per x che tende a 1^- di y(x), limite che NON posso fare perchè tale espressione di y ha senso per $-1<x<p_0<1$. Nel foglio fornisco la traccia della soluzione corretta. Mi scuso per l'errore: sarà l'età o il panettone scaduto che ho mangiato !!

$$\begin{cases} y' + \dfrac{2}{x+1}\,y - \dfrac{1}{x^2-1}\sqrt{y} = 0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

• Per $y_0 < 0$ $\nexists$ •• Per $y_0 > 0$ $\exists!$ soluzione locale

$z = \sqrt{y}$ porta a $y(x) = \left(\dfrac{\ln\sqrt{1-x} + c}{x+1}\right)^2$ in $(-1, p_0)$

con $p_0 = 1 - e^{-2c}$. Dovendo essere $p_0 \in (-1, 1)$

posso scegliere $c > -\frac{1}{2}\ln 2$.

Poiché

$$y(p_0) = 0 \quad e \quad \lim_{x\to p_0^-} y'(x) = 0,$$

posso definire la soluzione $(C^1(-1,1))$

$$y_{p_0}(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{\ln\sqrt{1-x} + c}{x+1}\right)^2 & \text{in } (-1, p_0) \\ 0 & \text{in } [p_0, 1) \end{cases}$$

con $p_0 = 1 - e^{-2c}$ e $c > -\frac{1}{2}\ln 2$