

**Elettromagnetismo, ottica ondulatoria ed elementi di fisica moderna**

*Si risolvano i seguenti quesiti, motivando sempre in maniera esauriente la risposta e specificando, ove necessario, le unità di misura delle quantità coinvolte*

1. Si consideri un conduttore sferico di raggio  $R$ , ideale e all'equilibrio elettrostatico. Sul conduttore è depositata una carica  $Q$ .
  - a) Sapendo che il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo, dimostrare che il potenziale nel conduttore deve essere costante.
  - b) Sapendo che, in un punto esterno al conduttore, il campo elettrico  $\mathbf{E}$  è radiale, dimostrare che  $\mathbf{E}$  ha la stessa espressione del campo elettrico prodotto da una carica  $Q$  tutta concentrata nel centro del conduttore sferico.
  - c) Usando i risultati precedenti, determinare l'espressione del potenziale  $V_0$  a cui si trova il conduttore (assumendo nullo il potenziale all'infinito) e della sua capacità  $C$ .
2. Si consideri un circuito elettrico dotato di capacità  $C$  e resistenza  $R$ . Sul condensatore si trova inizialmente la carica  $Q_0$ . Al fine di scaricare il condensatore, ad un certo istante, il circuito è connesso a massa e si osserva lo scorrere della corrente  $I(t)$ , funzione del tempo  $t$ .
  - a) Dimostrare che il principio di conservazione dell'energia impone che l'equazione differenziale che descrive il circuito sia la seguente:

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad (1)$$

dove  $Q(t)$  è la carica, funzione del tempo  $t$ , presente sulle armature del condensatore. In particolare, si spieghi la relazione tra  $Q(t)$  e  $I(t)$ .

- b) Dimostrare che la soluzione dell'equazione 1 è

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \quad (2)$$

dove  $\tau = RC$ , e che

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad (3)$$

dove  $I_0 = \frac{Q_0}{RC}$ .

- c) Dopo quanto tempo la carica sulle armature del condensatore si è ridotta al 30% del suo valore iniziale?
3. Una sbarretta metallica di lunghezza  $l$  si muove a velocità costante  $\mathbf{v}_i$  tra due binari metallici e in una regione sede di un campo magnetico uniforme  $\mathbf{B}_{in}$ , ortogonale al piano dei binari ed entrante. Il circuito è chiuso mediante una resistenza  $R$  (si veda la figura 1). Determinare:

- a) La forza elettromotrice ai capi del circuito.
- b) La corrente elettrica che scorre nel circuito.
- c) La forza frenante  $\mathbf{F}_B$  agente sulla sbarretta.
- d) La potenza elettrica necessaria a mantenere la sbarretta in moto a velocità costante.

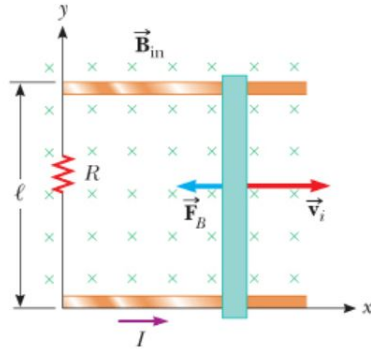


Figura 1: Sbarretta metallica in moto in una regione sede di campo magnetico.

4. Un raggio luminoso che propaga in vuoto incide su di una lastra di vetro rettangolare con indice di rifrazione  $n$  e spessore  $t$ . Dopo la rifrazione all'interno della lastra, il raggio riemerge per continuare la sua propagazione in vuoto. Si indichino con  $i$  ed  $r$ , rispettivamente, gli angoli di incidenza e rifrazione del raggio luminoso nel passaggio dal vuoto alla lastra; e con  $i'$  ed  $r'$ , rispettivamente, gli angoli di incidenza e rifrazione del raggio luminoso nel passaggio dalla lastra al vuoto.
  - a) Si rappresenti graficamente la situazione descritta dal testo, indicando in modo chiaro gli angoli  $i$ ,  $r$ ,  $i'$  ed  $r'$ .
  - b) Applicando la legge di Snell, si determini la relazione tra  $i$  ed  $r$ .
  - c) Sulla base di considerazioni geometriche, si determini la relazione tra  $r$  ed  $i'$ .
  - d) Applicando di nuovo la legge di Snell, si determini la relazione tra  $i'$  ed  $r'$ .
  - e) Si usino i risultati dei punti precedenti per mostrare che il raggio in uscita dalla lastra di vetro è parallelo a quello in entrata, ovvero che  $i = r'$ .