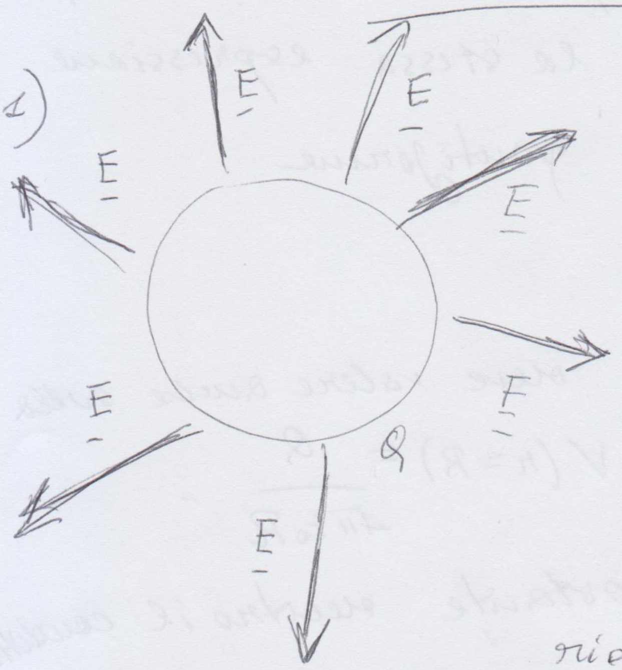
Fisica 2 - Prova scritta del 22 Febbraio 2021

1)



a) Si considerino due punti arbitrari A e B nel conduttore. Detta ΔV_{AB} la d.d.p. tra A e B vale, per definizione

$$\Delta V_{AB} = -\int_A^B \underline{E} \cdot d\underline{l}$$

dove l'integrale è lungo un arbitrario percorso che connette A e B e $d\underline{l}$ è un elemento infinitesimo di tale percorso.

Poiché $\underline{E} = \underline{0}$ ovunque nel conduttore, segue $\Delta V_{AB} = 0$ ovvero $V =$ costante nel conduttore per l'arbitrarietà della scelta di A e B.

b) Applichiamo il th di Gauss scegliendo una sfera di raggio $r > R$ come superficie di Gauss e concentrica al conduttore.

Sui punti della superficie $\underline{E}$ è ovunque ortogonale alla sup. sferica. Pertanto

$$\int_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = \int_S E\, dS = E \int_S dS = 4\pi r^2 E$$

dove: $d\underline{S}$: elemento infinitesimo di superficie e si è usato che, per simmetria, $\underline{E}$ ha modulo costante sulla superficie sferica.

Ne segue per il th di Gauss

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad ; \quad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

cioè il modulo del campo el. prodotto come se la carica Q fosse tutta concentrata nel centro del conduttore.

c) In punti esterni al conduttore, visti i risultati al punto b), il potenziale deve avere la stessa espressione del potenziale della carica puntiforme

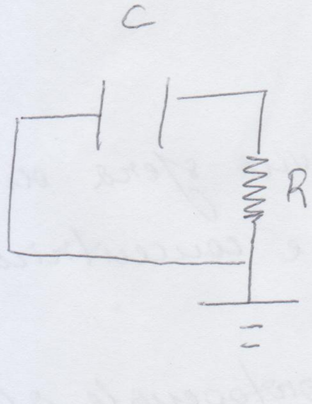
$$V(r>R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

Per continuità, tale espressione deve valere anche sulla sup. del conduttore, dove $V(r=R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

Inoltre, poiché il potenziale è costante dentro il conduttore $V_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = V(R)$ deve valere per ogni punto nel conduttore.

La capacità è definita $C = \frac{Q}{V_0}$, da cui si trova $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

2)



Per conservazione dell'energia, ai capi della resistenza ci deve essere, in ogni istante, la stessa d.d.p. ai capi del condensatore. Ovvero:

$$\Delta V_C = \Delta V_R$$

Poiché $\Delta V_C = \frac{Q}{C}$ e $\Delta V_R = RI$

$$\frac{Q}{C} = RI$$

con $Q(t)$ la carica su ciascuna armatura del condensatore, al tempo t.

Ad una diminuzione della carica sulle armature del condensatore corrisponde una corrente (positiva) nel circuito, per cui

$$I = -\frac{dQ}{dt}$$

Segue allora

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$$

b) Per separazione di variabili

$$R\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{C}; \qquad -\frac{dQ}{Q} = \frac{dt}{RC}$$

Detto $\tau = RC$

$$\int_{Q_0}^{Q(t)} \frac{dQ}{Q} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau};$$

$$\ln\left[\frac{Q(t)}{Q_0}\right] = -\frac{t}{\tau}; \qquad Q(t) = Q_0\, e^{-t/\tau}$$

Poiché $I(t) = -\frac{dQ}{dt}$

$$I(t) = -Q_0\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau} = \frac{Q_0}{RC}\, e^{-t/\tau}$$

c) Va determinato t^* tale che $Q(t^*) = 0.3 \cdot Q_0$

$$\cancel{Q_0}\, e^{-t^*/\tau} = 0.3 \cdot \cancel{Q_0} \qquad t^* = -\tau \ln(0.3) \simeq 1.2 \cdot \tau$$

3) a) Applichiamo la legge di Faraday - Neumann - Lenz

$$f.e.m. = -\frac{d\phi(\underline{B})}{dt}$$

dove $\phi(\underline{B})$ è il flusso del campo magnetico $\underline{B}_{in}$

attraverso il circuito

$$\phi(\underline{B}_{in}) = \int_{circuito} \underline{B}_{in} \cdot d\underline{S} \quad \text{con} \quad d\underline{S} = l \cdot dx\, \hat{\underline{n}}$$

$\hat{\underline{n}}$ è un versore $\perp$ al circuito, dx è un elemento di linea lungo la direzione di moto della sbarretta

Poiché $\underline{B}_{in} \cdot d\underline{S} = -B_{in}\, l\, dx$ si ha

$$\phi(\underline{B}_{in}) = -\int B_{in}\, l\, dx \underset{\substack{\uparrow \\ B_{in}\ \text{uniforme}}}{=} -B_{in}\, l \cdot x$$

$$f.e.m. = -\frac{d\phi(\underline{B}_{in})}{dt} = B_{in}\, l \frac{dx}{dt} = B_{in}\, l\, v_i$$

b) Dalla legge di Ohm, $f_{em} = R \cdot I \Rightarrow I = \frac{f_{em}}{R} =$

$$= \frac{B_{in}\, l\, v_i}{R}$$

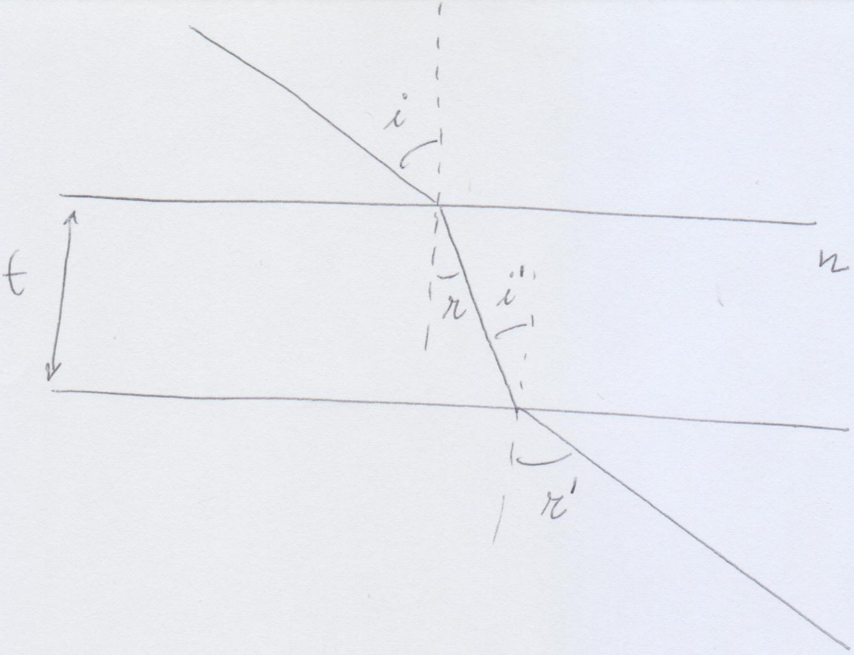
c) La forza $\underline{F}_B$ è dovuta all'interazione tra la corrente I nella sbarretta e il campo magnetico $\underline{B}_{in}$, $\underline{F}_B = I\, \underline{l} \times \underline{B}_{in}$ ed ha direzione e verso come in figura. Poiché $\underline{l} \perp \underline{B}$, si ha

$$|\underline{F}_B| = I l B_{in} = \frac{B_{in}\, l\, v_i}{R}\, l B_{in} = \frac{v_i\, l^2 B_{in}^2}{R}$$

d) Poiché la sbarretta si muove a vel. v_i e sotto l'azione della forza frenante F_B, va applicata una forza $F = F_B$ ~~in~~ in verso opposto.
La potenza associata a questa forza è $P = F_B v_i = \frac{v_i^2\, l^2 B_{in}^2}{R}$

4)

a)



b) $\dfrac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \dfrac{n}{1} \Rightarrow \quad \operatorname{sen} i = n \cdot \operatorname{sen} r$

c) r ed i' sono angoli alterni interni di due rette parallele tagliate da trasversale. Pertanto: $r = i'$

d) $\dfrac{\operatorname{sen} i'}{\operatorname{sen} r'} = \dfrac{1}{n} \Rightarrow \quad \operatorname{sen} r' = n \cdot \operatorname{sen} i'$

e) Da $\begin{cases} \operatorname{sen} r' = n \cdot \operatorname{sen} i' \\ \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r \\ r = i' \end{cases}$ segue $\operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r =$

$= n \operatorname{sen} i' =$

$= \cancel{n} \cdot \dfrac{\operatorname{sen} r'}{\cancel{n}} = \operatorname{sen} r'$

Poiché i ed r' sono angoli acuti $\Rightarrow \quad i = r'$