

Analisi della Varianza Fattoriale

(Cap. 8)

Marcello Gallucci

marcello.gallucci@unimib.it

AMD

Ripasso dell'ANOVA

Lo studio degli effetti di una serie di variabili indipendenti nominale (gruppi) su un variabile dipendente continua

- **Effetti principali:** Effetto operato da una variabile indipendente (VI) sulla variabile dipendente (VD)
- **F-Test:** Testa l'ipotesi che la varianza spiegata dal fattore principale associato sia zero (cioè: le medie sono uguali)
- **R²:** Totale di varianza della VD spiegata dall'effetto principali

Disegni Fattoriali

- Nelle maggior parte delle applicazioni di ricerca, il disegno di ricerca prevede più variabili indipendenti **incrociate**

Disegno fattoriale 3 (livello di stress) X 2 (genere)

		Genere	
		Maschi	Femmine
Variabile Sperimentale	Controllo	G1	G2
	Stress Emotivo	G3	G4
	Stress Cognitivo	G5	G6

Nei disegni fattoriali ogni **gruppo** di partecipanti rappresenta una **combinazioni di livelli** delle variabili indipendenti

Disegni Fattoriali

- Nelle maggior parte delle applicazioni, il disegno di ricerca prevede piu' variabili indipendenti **incrociate**

Disegno fattoriale 3 (livello di stress) X 2 (genere)

		Genere		
		Maschi	Femmine	
Variabile Sperimentale	Controllo	G1	G2	m(C)
	Stress Emotivo	G3	G4	m(SE)
	Stress Cognitivo	G5	G6	m(SC)

m(M) m(F)

Effetti principali

The diagram illustrates a 3x2 factorial design. The rows represent the experimental variable (Controllo, Stress Emotivo, Stress Cognitivo) and the columns represent the gender (Maschi, Femmine). The cells are labeled G1 through G6. The main effects of stress (m(C), m(SE), m(SC)) and gender (m(M), m(F)) are indicated by brackets. A box labeled 'Effetti principali' has arrows pointing to these main effects.

ANOVA nei Disegni Fattoriali

- L'ANOVA nei disegni fattoriali testa la significatività degli effetti principali più gli effetti di interazione (?!)

Disegno fattoriale 3 (livello di stress) X 2 (genere)

		Genere		
		Maschi	Femmine	
Variabile Sperimentale	Controllo	G1	G2	m(C)
	Stress Emotivo	G3	G4	m(SE)
	Stress Cognitivo	G5	G6	m(SC)

Gli effetti principali sono semplicemente gli effetti di ogni VI

m(M) m(F)

Effetti principali

Effetti principali

- Nei disegni fattoriale l'effetto principale e' calcolato come se fosse costante (lo stesso) per tutti i livelli delle altre variabili indipendenti

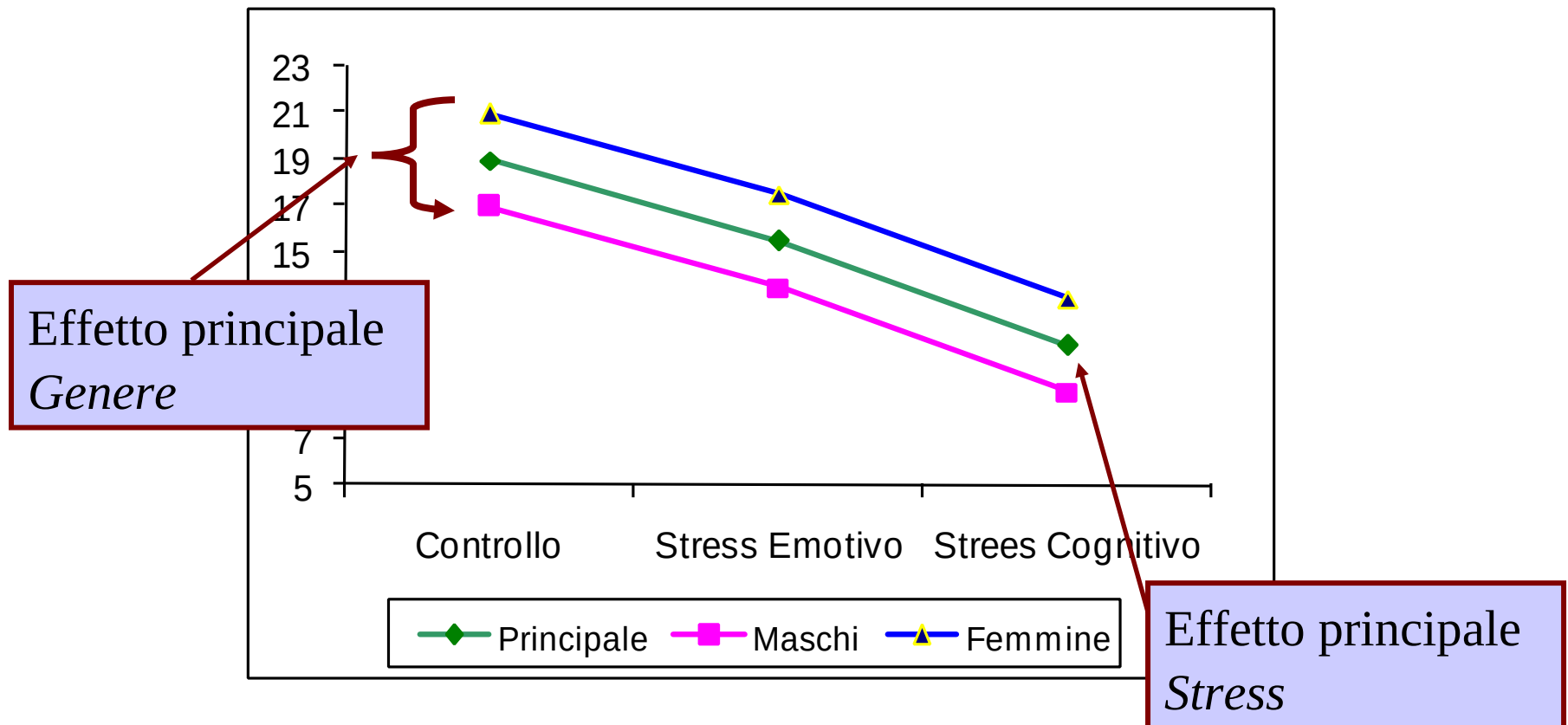


Variabile dipendente: *Performance in un test di memoria*

Effetto principale

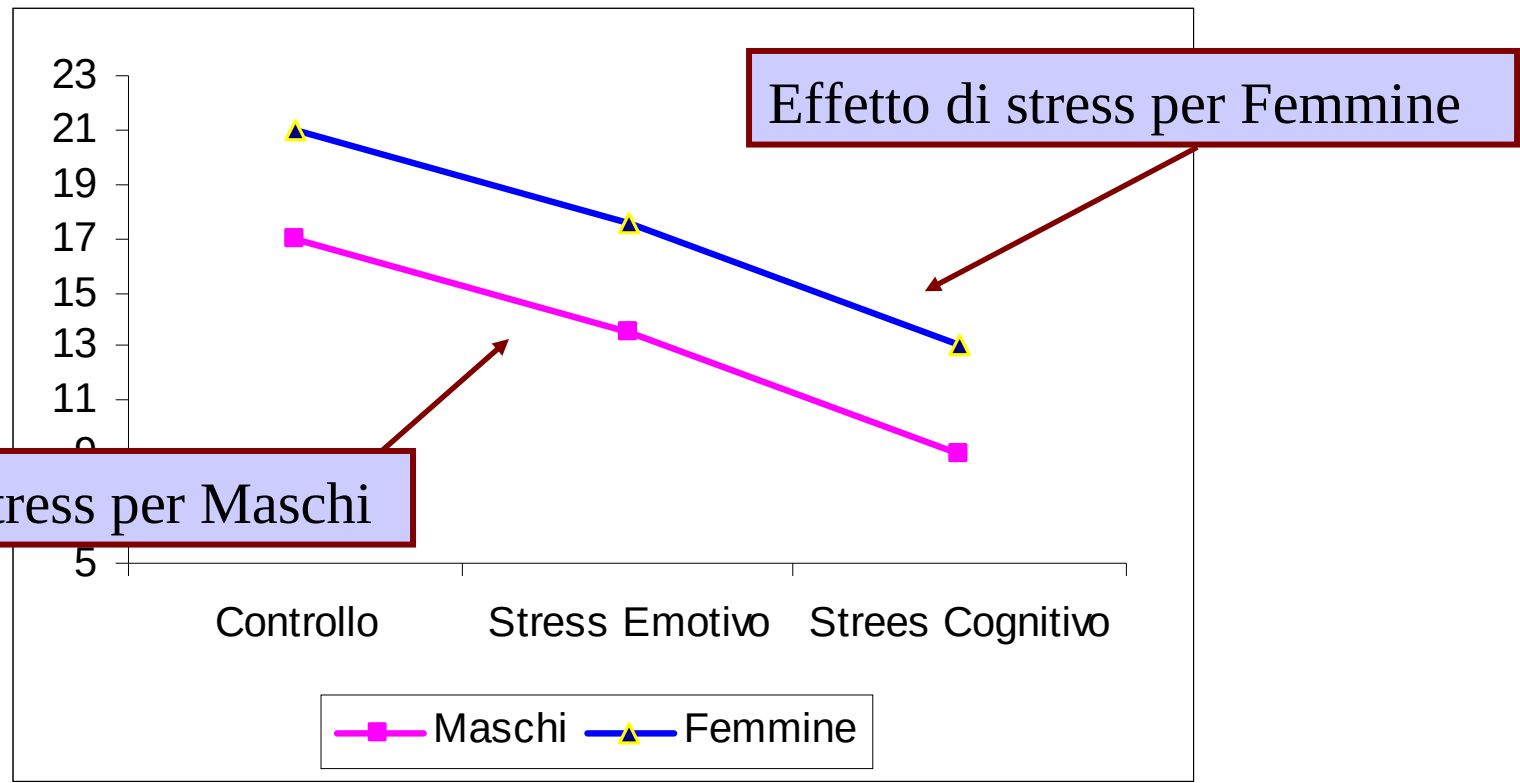
Effetti principali

- Nei disegni fattoriale l'effetto principale e' calcolato come se fosse costante (lo stesso) per tutti i livelli delle altre variabili indipendenti



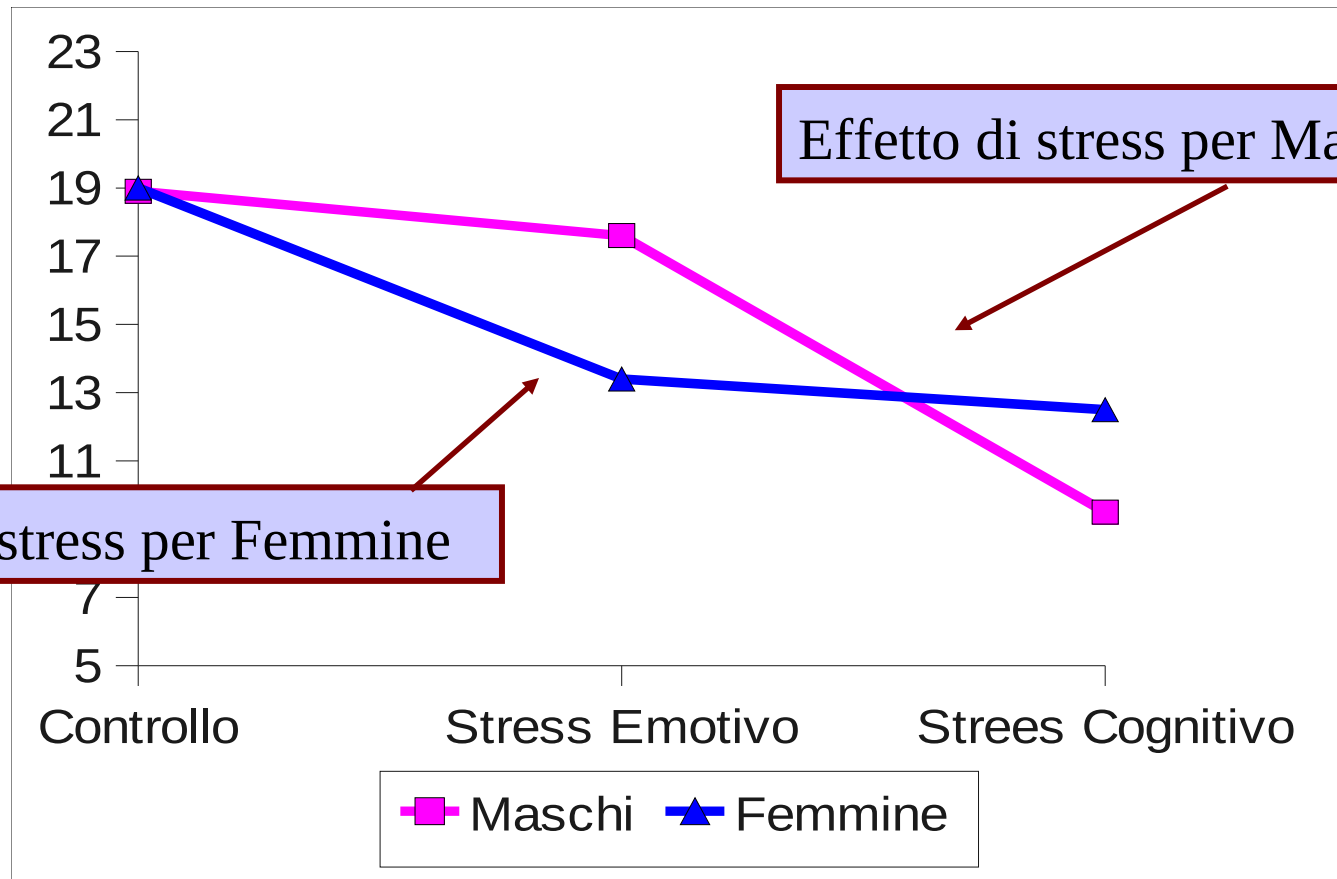
Interpretazione Geometrica

Si assume che le linee che rappresentano gli effetti di una VI ai vari livelli dell'altra VI **siano parallele**



Effetti Condizionali

Quando gli effetti di una VI sono **diversi a livelli diversi dell'altra VI**, siamo in presenza di una **interazione**

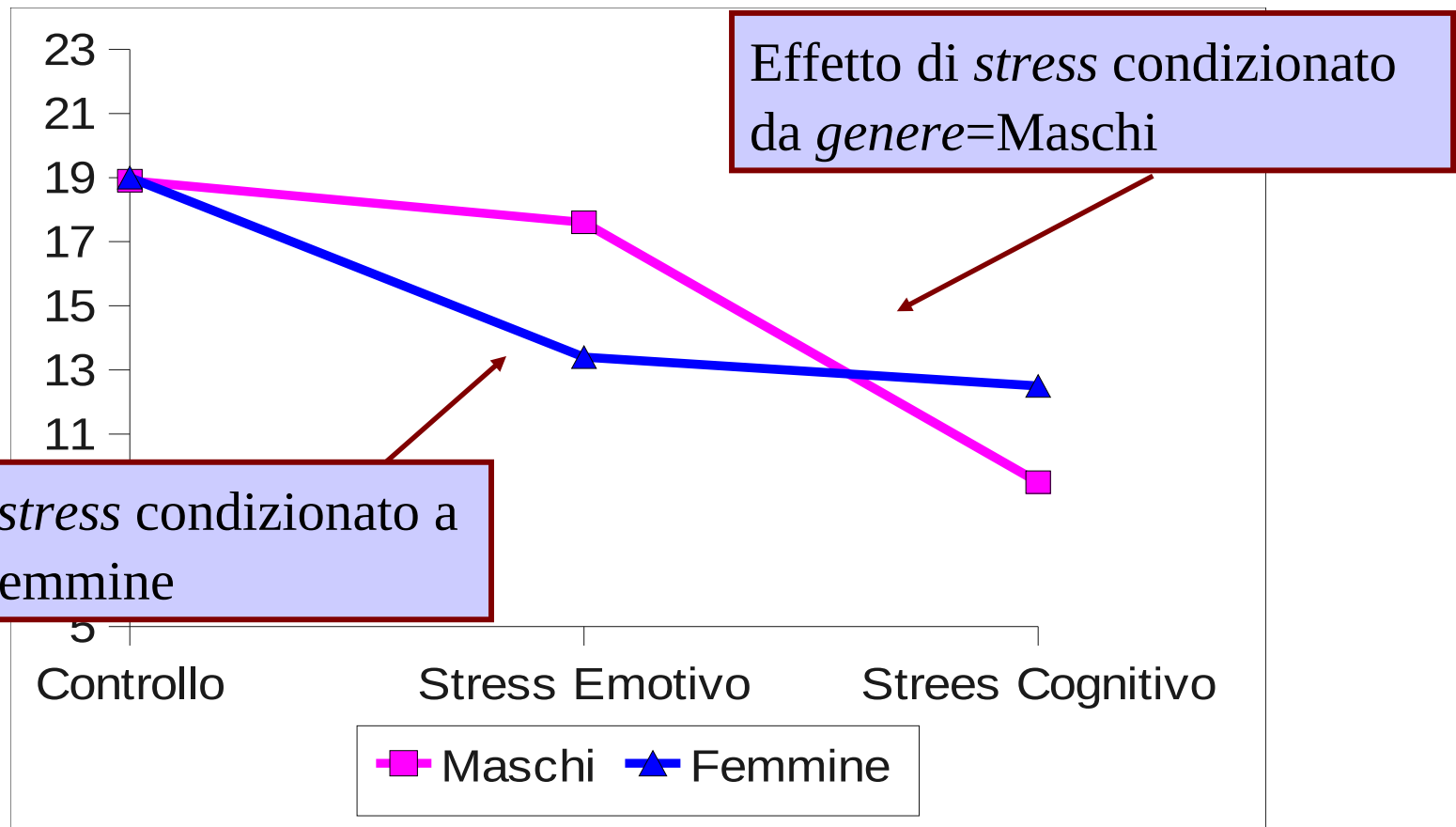


Effetto di stress per Femmine

Effetto di stress per Maschi

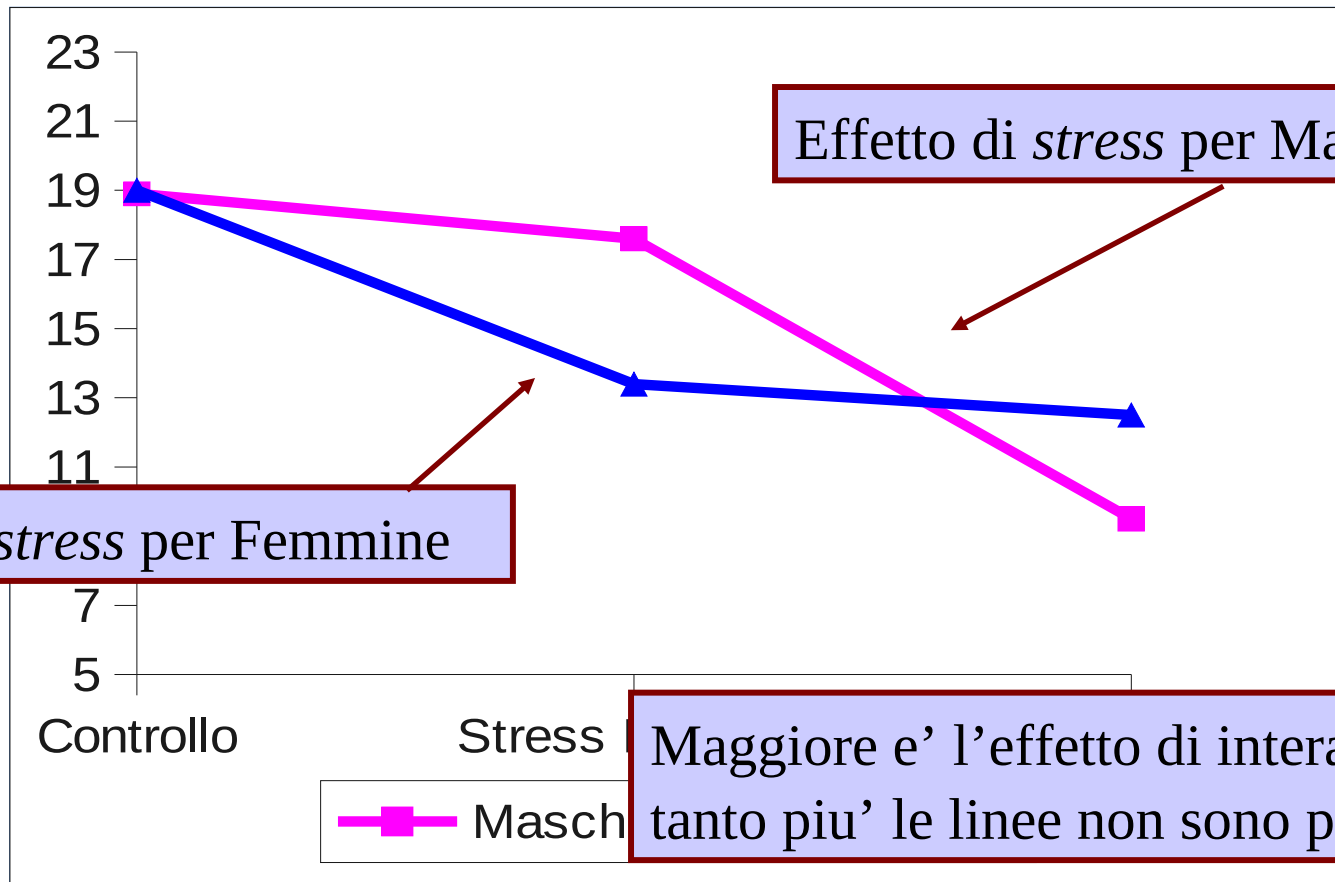
Interazione

In presenza di una interazione tra due (o piu') VI , gli effetti di una VI si dicono **condizionali** al livello dell'altra



Interazione

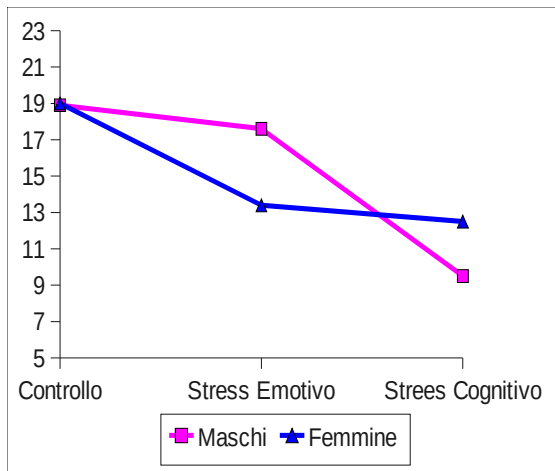
L'effetto di interazione tra A e B misura il grado di non parallelismo delle linee dell'effetto di A a diversi livelli di B



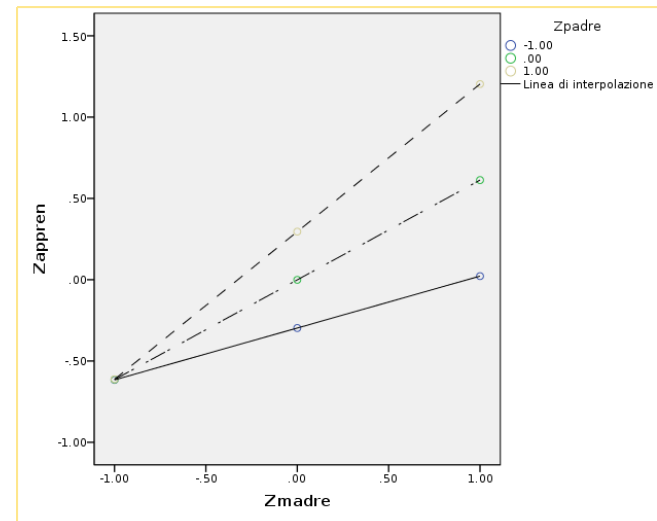
Interazione

L'effetto di interazione nell'ANOVA è concettualmente identico a quello visto nella regressione moderata

VI categoriche

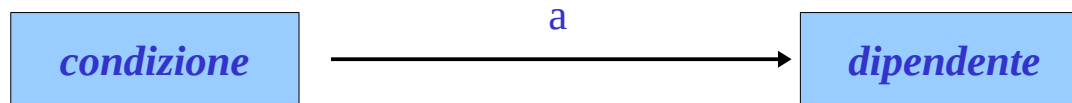


VI continue

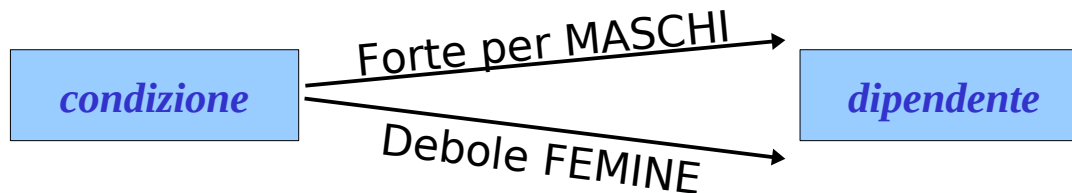


Quesito sul “chi”

- ◆ L’interazione risponde alla domanda **per chi, o in quali condizioni,**



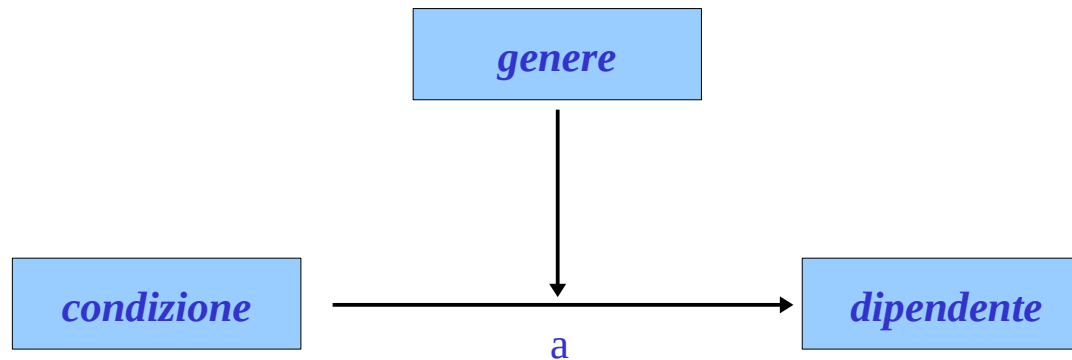
- ◆ Possiamo ipotizzare che l'effetto delle condizioni sperimentali non sia uguale per tutti, ma che sia più o meno forte a seconda del genere



Moderazione

- ◆ Cioè ipotizziamo che l'effetto di condizione sulla dipendente **non sia uguale per tutti**, ma la sua intensità cambi al variare di *genere*
- ◆ Ipotizziamo che l'effetto di X su Y varia per diversi livelli di M

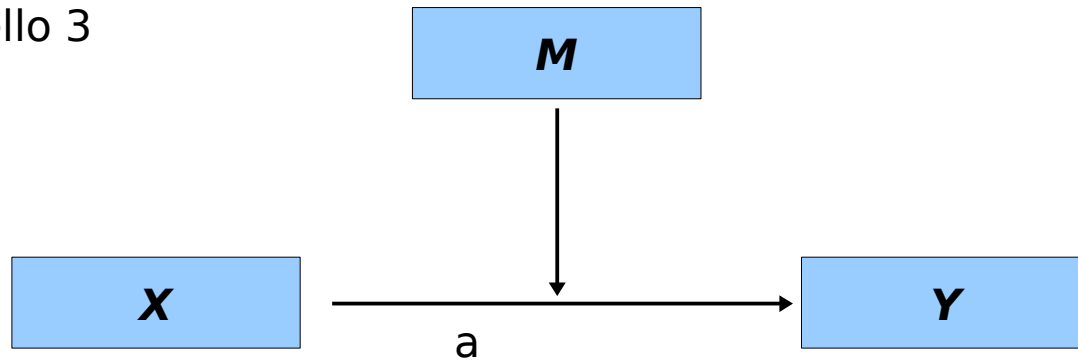
Modello 3



Moderazione

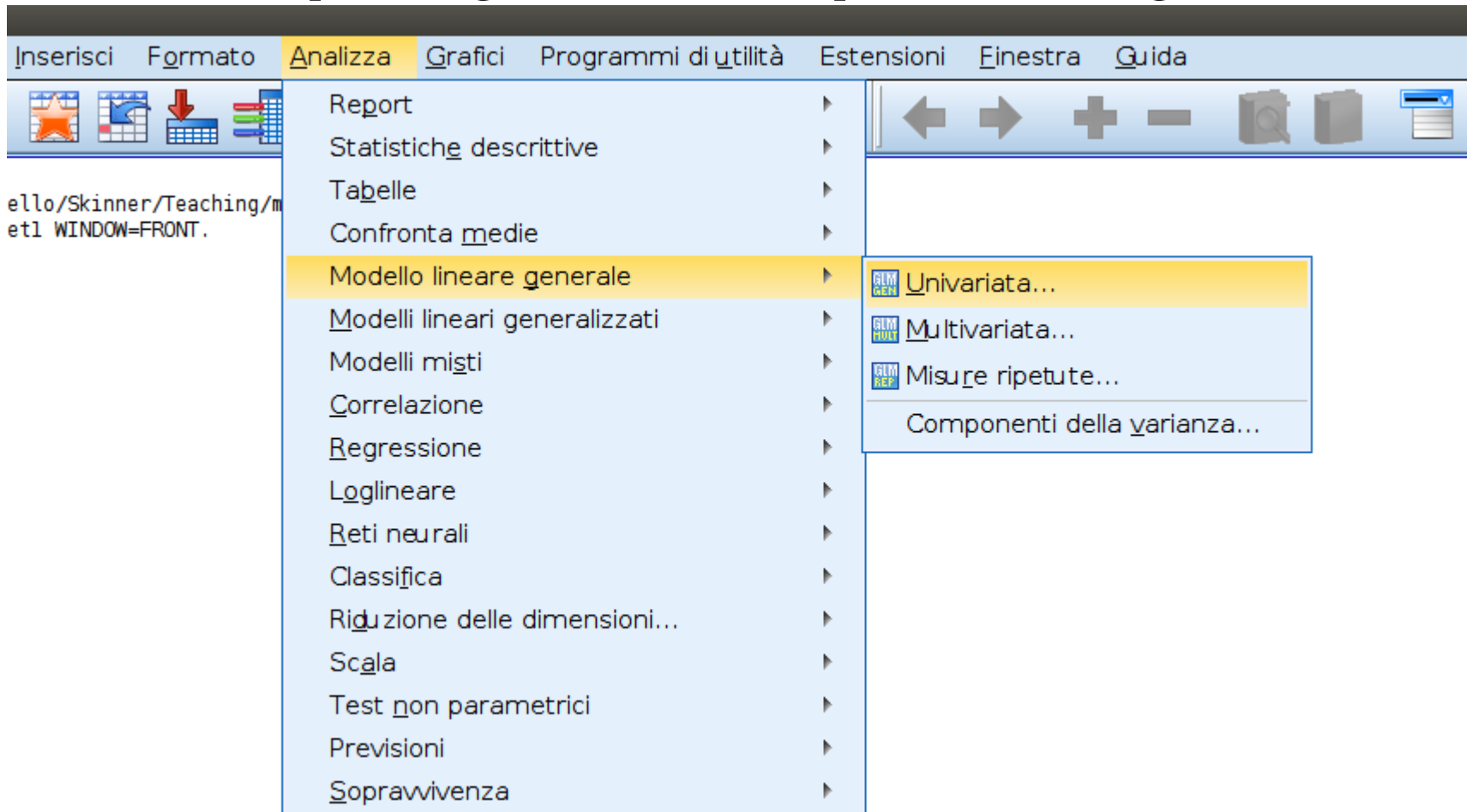
- ◆ Se l'intensità dell'effetto di X su Y cambia al variare dei livelli (valori) di un variabile M, diremo che M è un **moderatore** dell'effetto di X su Y, e che l'effetto di X su Y è **condizionale** ai valori di M

Modello 3



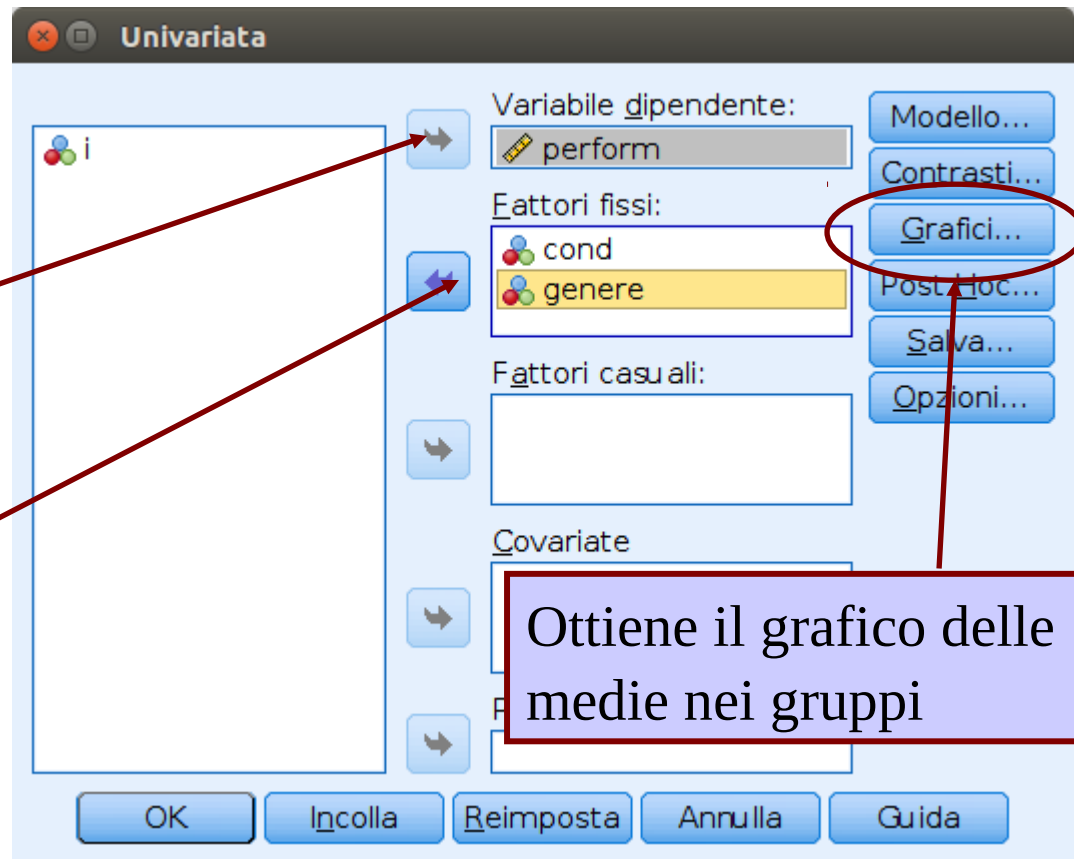
Anova Fattoriale in SPSS

Esempio con genere e stress su performance cognitiva



Anova Fattoriale in SPSS

Menu: Analyse->General Linear Model->Univariate



Variabile Dipendente

Variabili Indipendenti

Ottiene il grafico delle medie nei gruppi

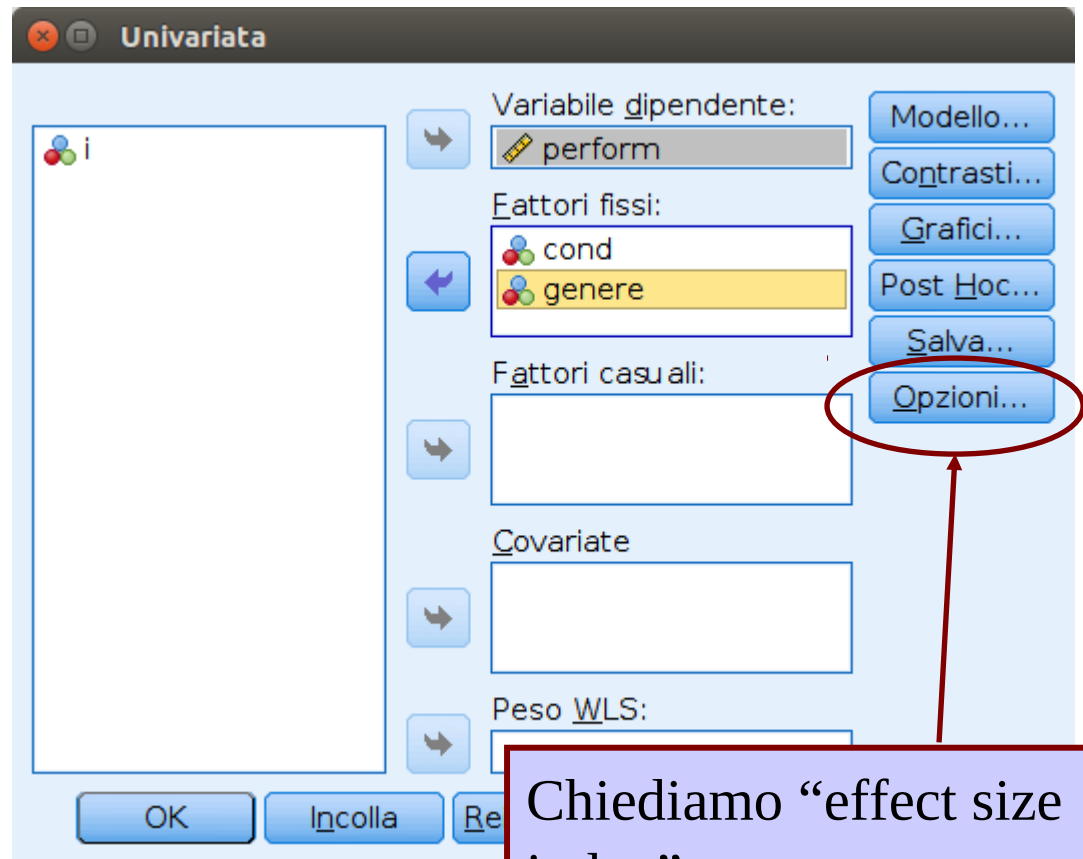
Anova Fattoriale in SPSS

Menu: Analyse->General Linear Model->Univariate



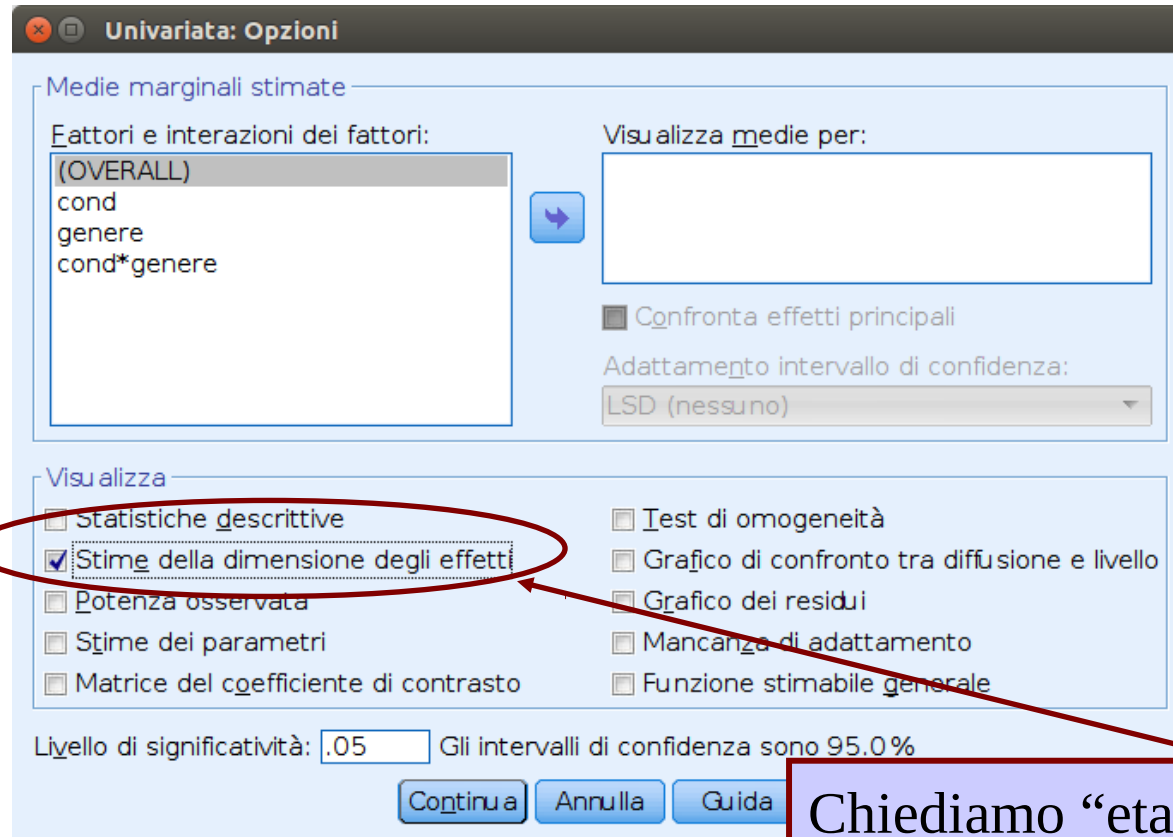
Anova Fattoriale in SPSS

Menu: Analyse->General Linear Model->Univariate



Anova Fattoriale in SPSS

Menu: Analyse->General Linear Model->Univariate



Chiediamo “eta-quadro parziale”

Risultato dell'ANOVA

Effetto Principale *Stress*

% di varianza spiegata

Test di effetti tra soggetti

Variabile dipendente: perform

Origine	Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Eta quadrato parziale
Modello corretto	1316.400 ^a	5	263.280	11.9	.000	.342
Intercetta	26065.364	1	26065.364	1	.000	.912
cond	1048.197	2	524.099	23.6	.000	.293
genere	11.483	1	11.483	.517	.473	.005
cond * genere	256.720	2	128.360	5.78	.004	.092
Errore	2530.311	114	22.196			
Totale	29912.075	120				
Totale corretto	3846.711	119				

a. R-quadrato = .342 (R-quadrato adattato = .313)

Somma dei quadrati dovuta a Stress

Gradi di liberta di Stress

Test di significativita'

Probabilita' (H0)

Significatività

Quando la probabilità associata alla F di un effetto principale è minore di .05, diremo che l'effetto è significativo, dunque i gruppi da esso definiti avranno medie differenti

Test di effetti tra soggetti

Variabile dipendente: perform

Origine	Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Eta quadrato parziale
Modello corretto	1316.400 ^a	5	263.280	11.9	.000	.342
Intercetta	26065.364	1	26065.364	1....	.000	.912
cond	1048.197	2	524.099	23.6	.000	.293
genere	11.483	1	11.483	.517	.473	.005
cond * genere	256.720	2	128.360	5.78	.004	.092
Errore	2530.311	114	22.196			
Totale	29912.075	120				
Totale corretto	3846.711	119				

a. R-quadrato = .342 (R-quadrato adattato = .313)

Test di
significatività

Probabilità
(valore-p)

Significativita' dell'interazione

Quando la probabilita' associata alla F dell'interazione è minore di .05, diremo che l'effetto di interazione è significativo, dunque gli effetti di ogni variabile indipendente sono condizionali ai livelli dell'altra variabile

Variabile dipendente: perform

Origine	Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Eta quadrato parziale
Modello corretto	1316.400 ^a	5	263.280	11.9	.000	.342
Intercetta	26065.364	1	26065.364	1....	.000	.912
cond	1048.197	2	524.099	23.6	.000	.293
genere	11.483	1	11.483	.517	.473	.005
cond * genere	256.720	2	128.360	5.78	.004	.092
Errore	2530.311	114	22.196			
Totale	29912.075	120				
Totale corretto	3846.711	119				

a. R-quadrato = .342 (R-quadrato adattato = .313)

Test di
significativita'

Probabilità
(valore-p)

Quantificazione dell'effetto

Gli effetti (principali e di interazione) possono essere quantificati mediante l'**eta-quadro parziale** (Partial eta-squared)

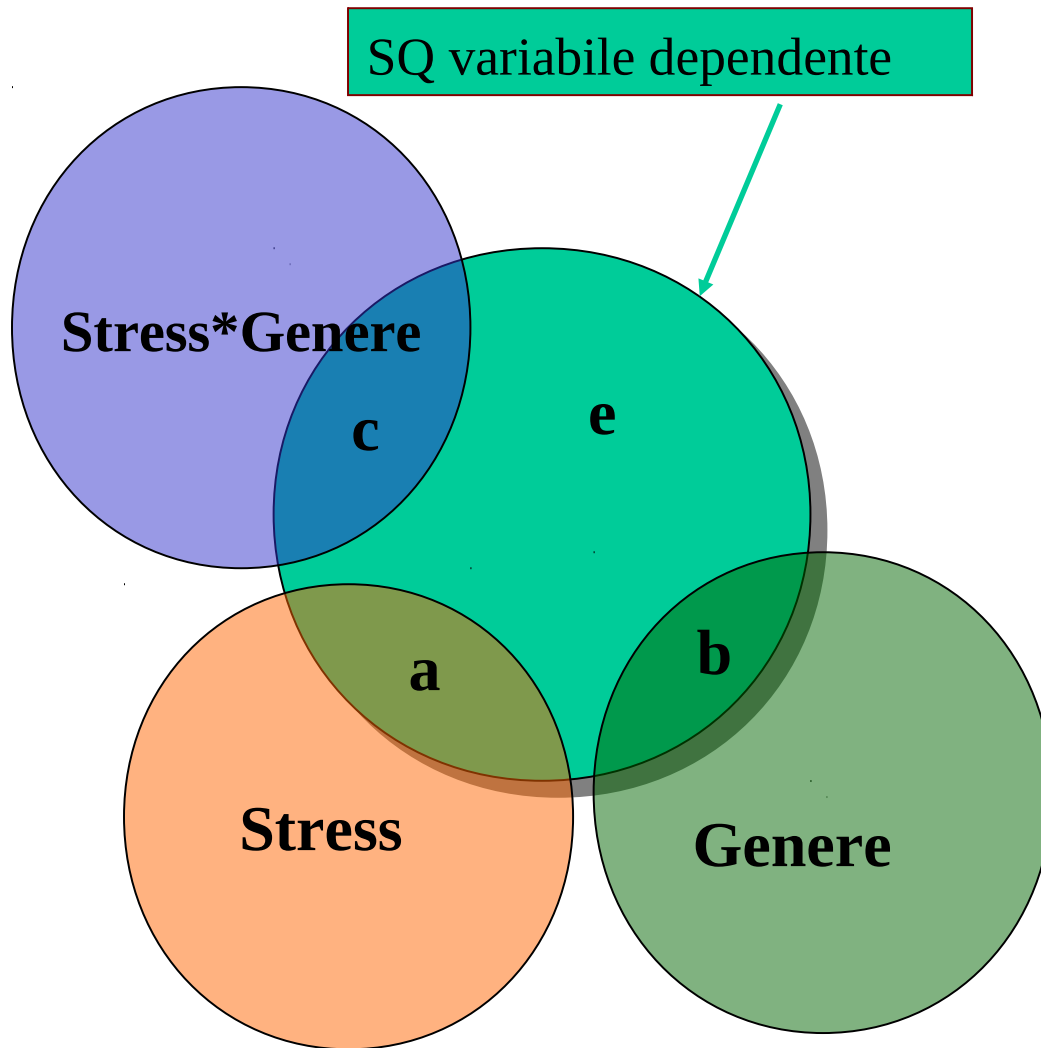
Test di effetti tra soggetti

Variabile dipendente: perform

Origine	Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Eta quadrato parziale
Modello corretto	1316.400 ^a	5	263.280	11.9	.000	.342
Intercetta	26065.364	1	26065.364	1....	.000	.912
cond	1048.197	2	524.099	23.6	.000	.293
genere	11.483	1	11.483	.517	.473	.005
cond * genere	256.720	2	128.360	5.78	.004	.092
Errore	2530.311	114	22.196			
Totale	29912.075	120				
Totale corretto	3846.711	119				

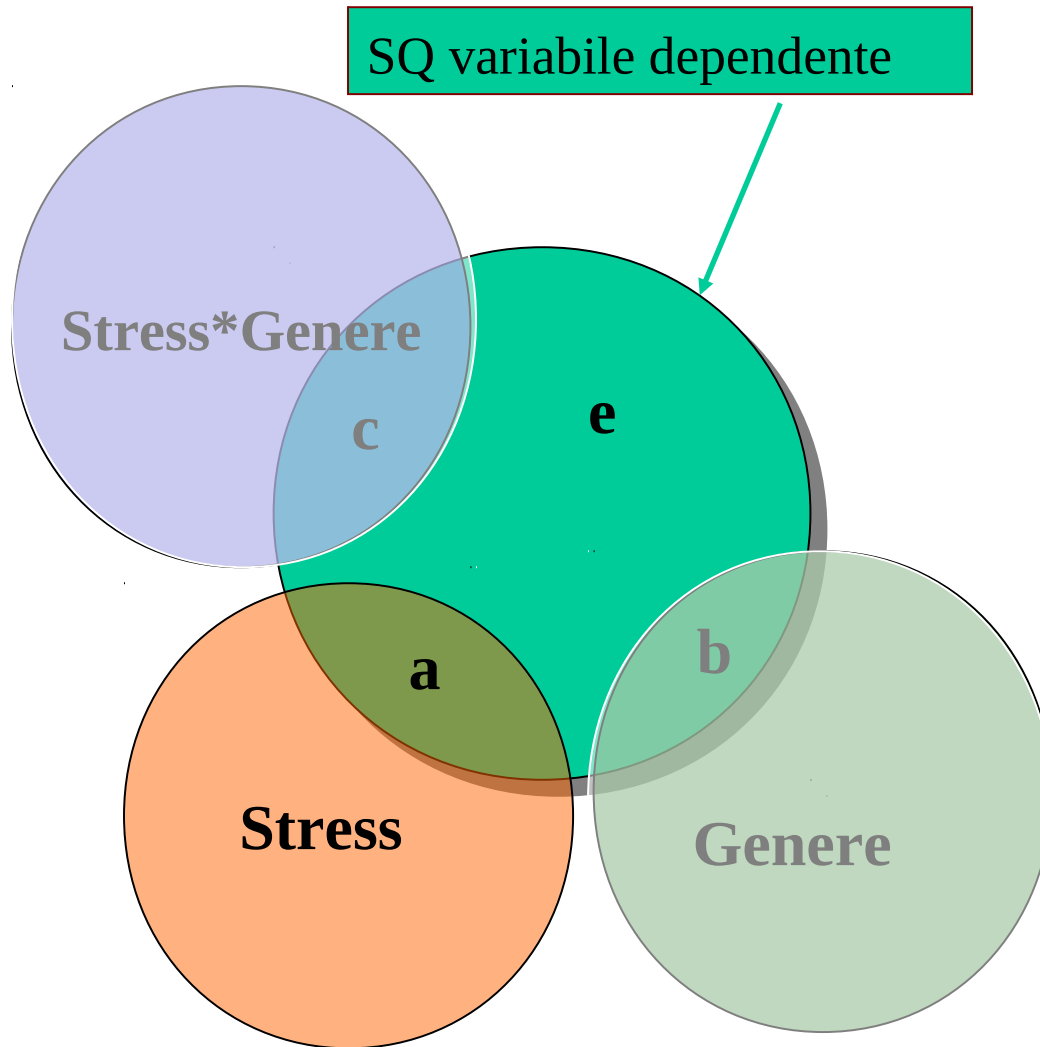
a. R-quadrato = .342 (R-quadrato adattato = .313)

Eta-quadro parziale



Varianze spiegate dalle
variabili indipendenti e dalla
loro interazione

Eta-quadro parziale

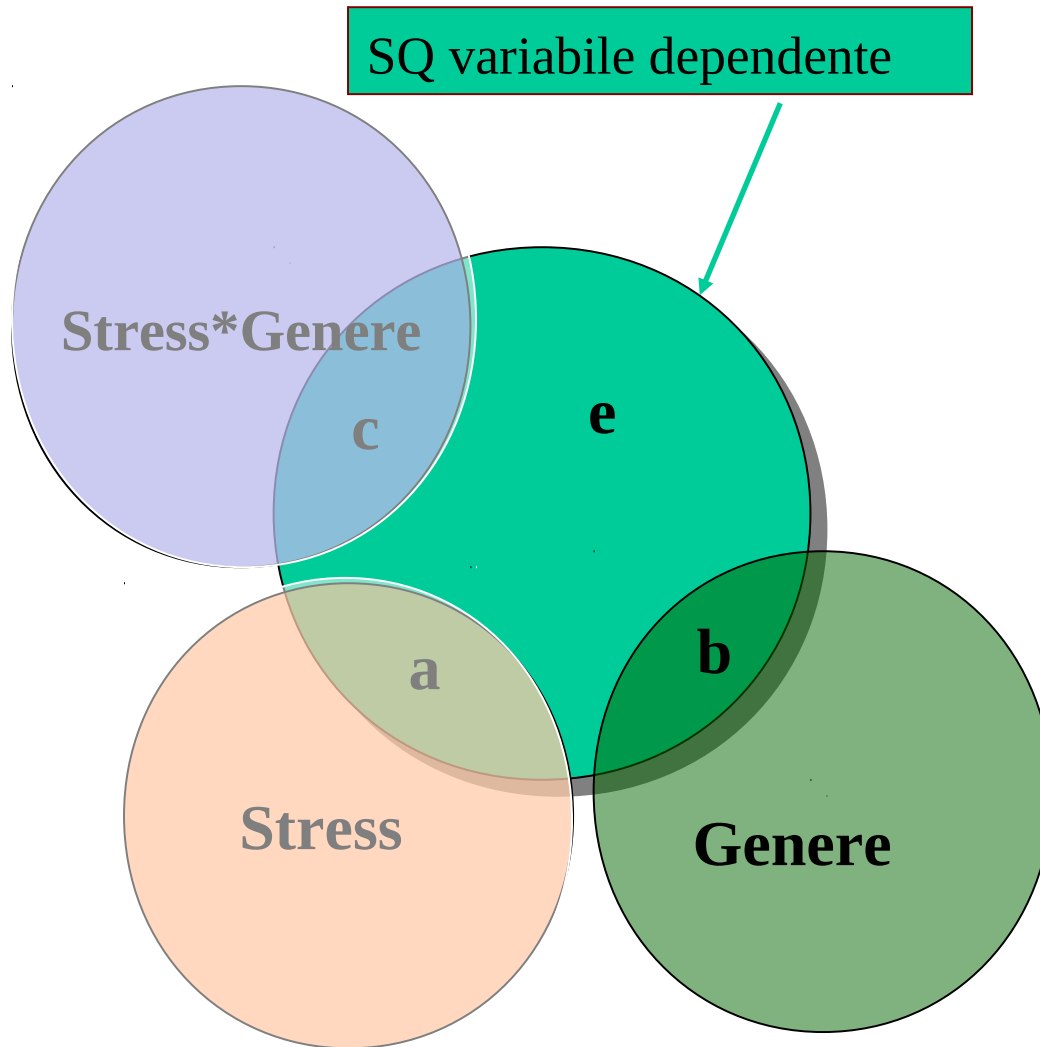


Eta-quadro rappresenta la varianza spiegata dell'effetto principale, dopo aver rimosso (parzializzato) la varianza spiegata dagli altri effetti principali e interazione

$$p\eta^2 = \frac{a}{a + e}$$

$$p\eta^2 = \frac{SQ_{stress}}{SQ_{stress} + SQ_{errore}}$$

Eta-quadro parziale

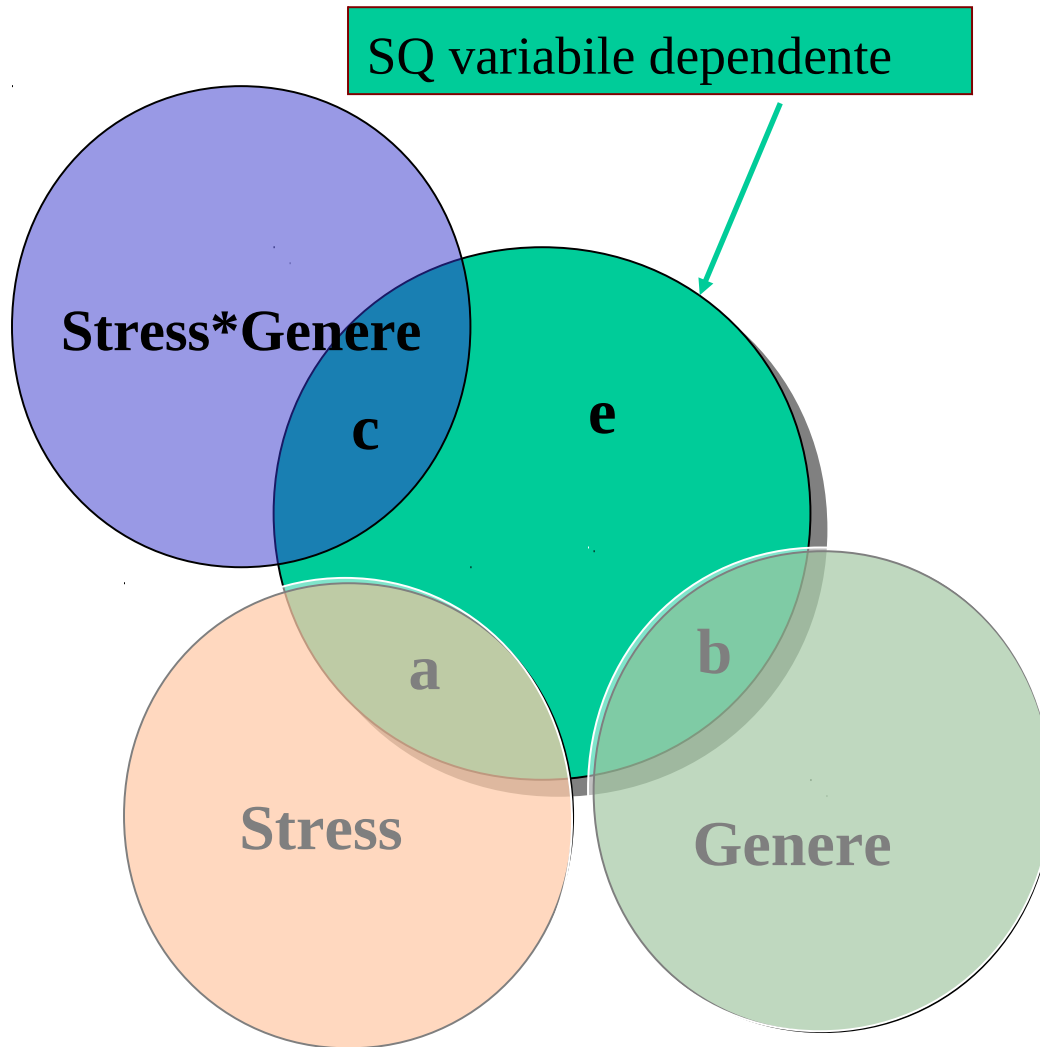


Eta-quadro rappresenta la varianza spiegata dell'effetto principale, dopo aver rimosso (parzializzato) la varianza spiegata dagli altri effetti principali e interazione

$$p\eta^2 = \frac{b}{b+e}$$

$$p\eta^2 = \frac{SQ_{genere}}{SS_{genere} + SS_{errore}}$$

Eta-quadro parziale



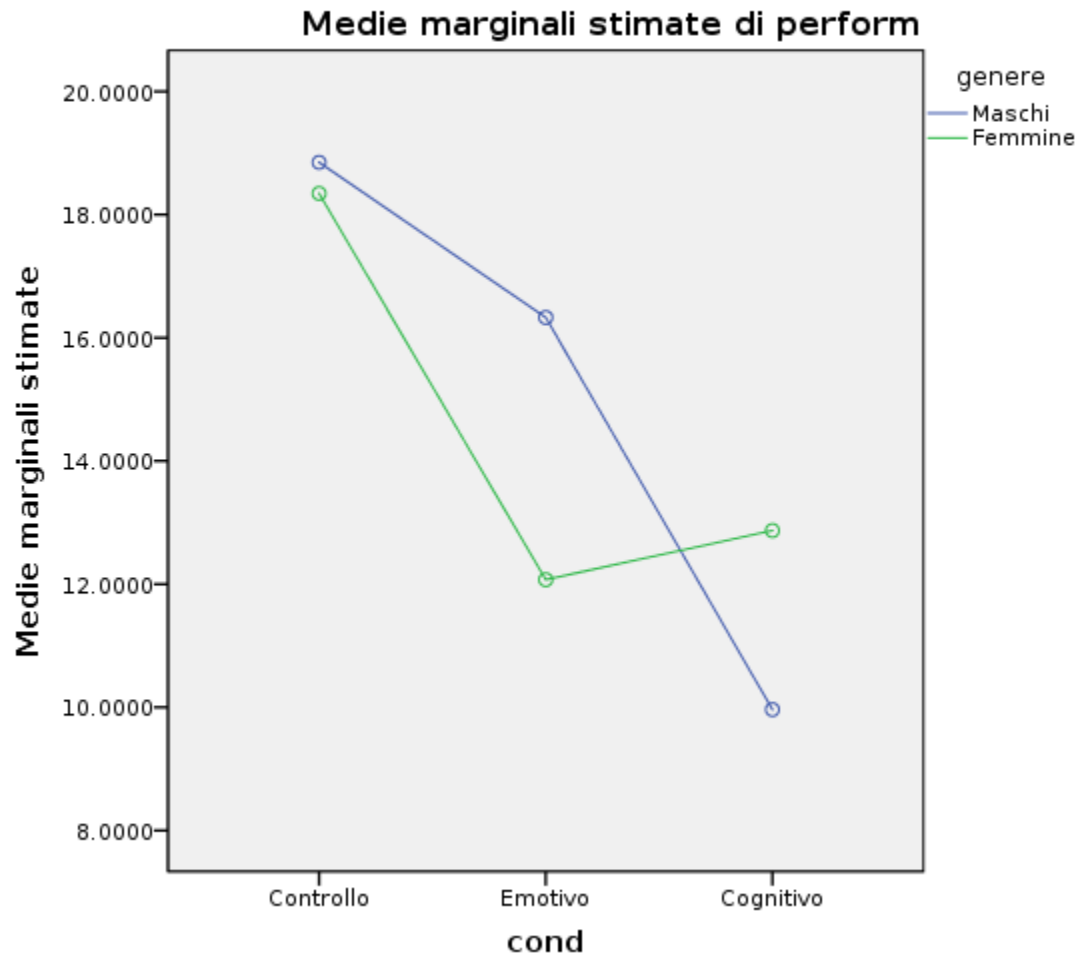
Eta-quadro rappresenta la varianza spiegata dell'interazione, dopo aver rimosso (parzializzato) la varianza spiegata dagli effetti principali

$$p\eta^2 = \frac{c}{c + e}$$

$$p\eta^2 = \frac{SQ_{inter}}{SQ_{inter} + SQ_{errore}}$$

Interpretazione Sostanziale

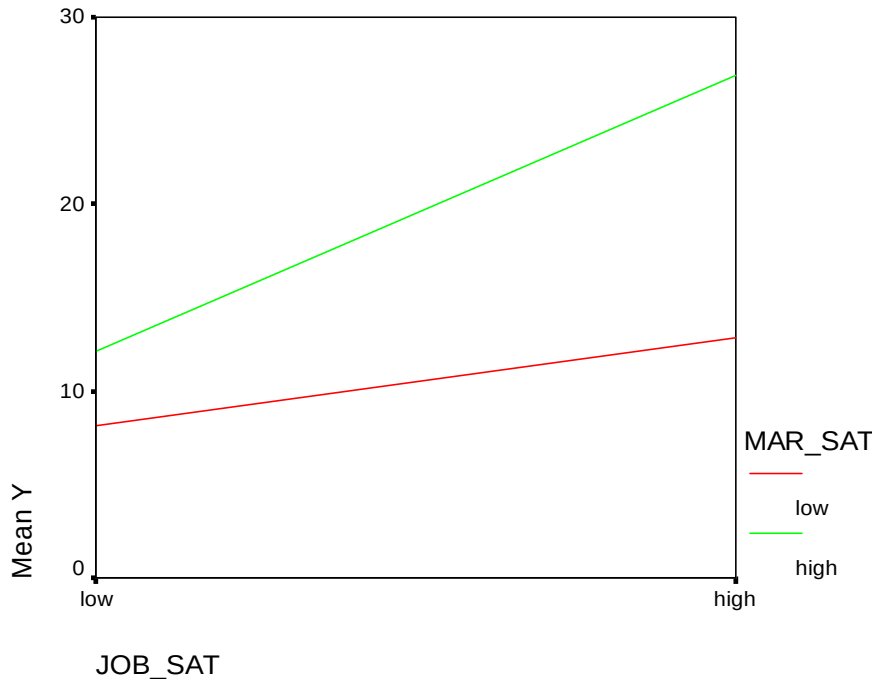
In sostanza, si interpreta il grafico delle medie dei gruppi definiti
Grafici di profili



Tipi di interazione

- A seconda della forma dell'interazione, distinguiamo due tipi di interazione: Ordinale e non Ordinale

Ordinale



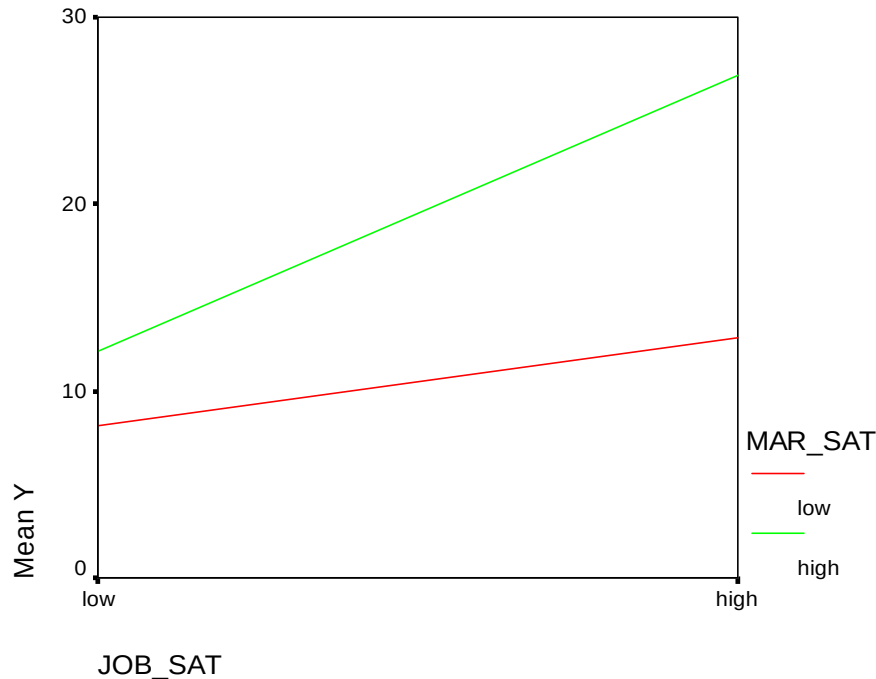
Gli effetti di una variabile non cambiano interpretazione ai diversi livelli di dell'altra variabile indipendente

Esempio: Alta soddisfazione sul lavoro aumenta la soddisfazione generale per entrambi i livelli di soddisfazione matrimoniale

Moderazione

- In presenza di un'interazione ordinale diremo che una variabile indipendente modera gli effetti dell'altra variabile

Ordinale



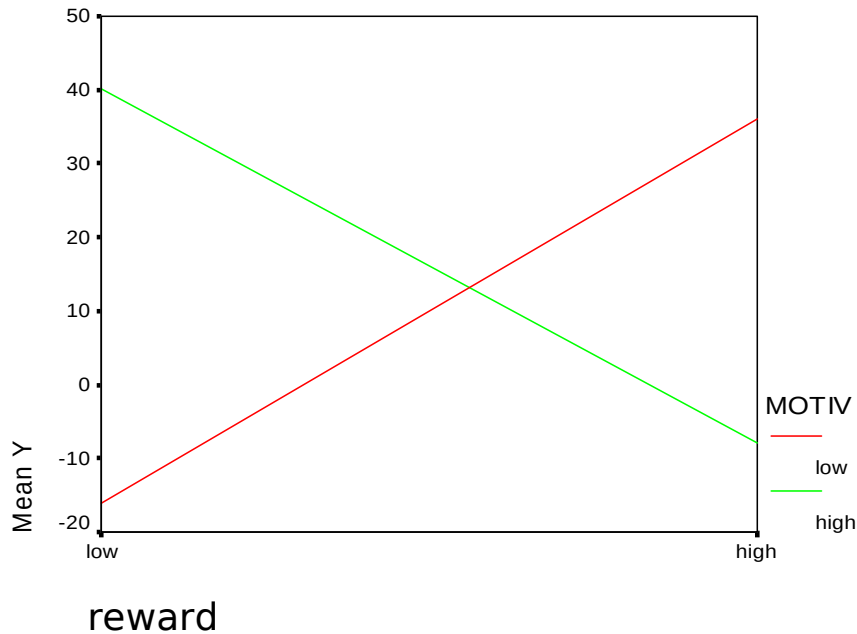
Un effetto diventa piu' potente cambiando il livello dell'altra variabile dipendente

Esempio: La *soddisfazione matrimoniale* modera l'effetto della *soddisfazione sul lavoro* nell'influenzare la *soddisfazione generale*

Tipi di interazione

- A seconda della forma dell'interazione, distinguiamo due tipi di interazione: Ordinale e non Ordinale

Non ordinale



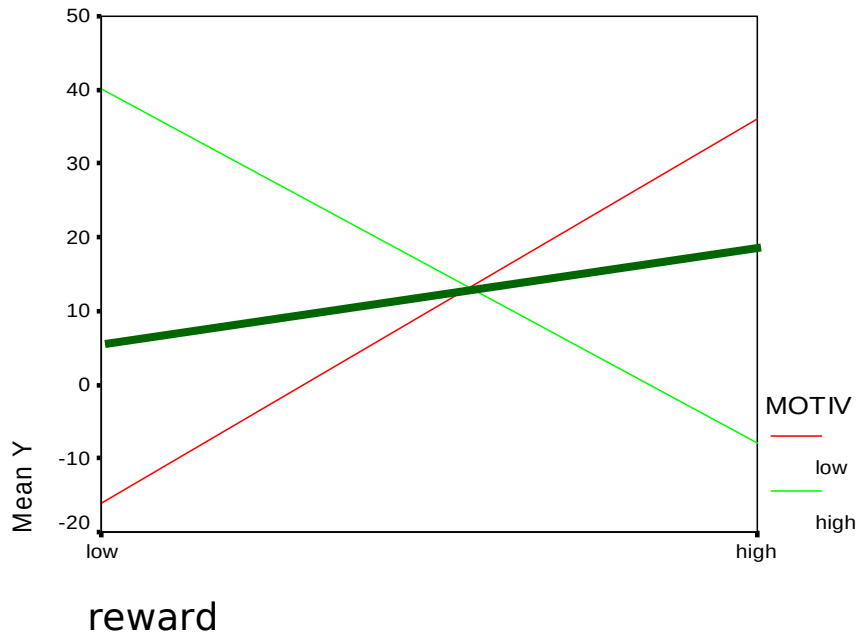
Gli effetti di una variabile **cambiano interpretazione** ai diversi livelli di dell'altra variabile indipendente

Esempio: *Alta motivazione e alte ricompense economiche* aumentano la performance, ma non entrambe

Interpretazione degli eventuali effetti principali e' dubbia

Interpretazione degli effetti principali

In presenza dell'interazione, gli effetti principali vanno interpretati con cautela, e sempre come effetti medi rispetto ai diversi livelli dell'altra variabile indipendente



Esempio: L'effetto principale di *ricompensa* va inteso come l'effetto che ricompensa ha per *un valore medio* di motivazione

Esempio

Una compagnia produttrice di caffè ha tra i suoi prodotti una marca di caffè chiamata “Caffè Aroma”. Insoddisfatta del nome di tale marca, la direzione decide di cambiare nome alla marca di caffè. Un team di esperti propone due nomi alternativi: “Caffè Moko” e “Caffè Mokissimo”. Per verificare l’efficacia commerciale di questi nomi viene fatta una ricerca per studiare gli effetti del nome sull’atteggiamento dei consumatori verso la marca di caffè.

Esempio

Un campione di 200 persone, all'incirca bilanciato per sesso, viene estratto casualmente dalle liste elettorali di Milano e viene invitato negli stabilimenti della compagnia. Il campione è diviso in 3 gruppi. Ad un gruppo viene presentato il caffè con il nome originale. Ad un gruppo viene presentato il caffè con il nome "Caffè Moko", ed al terzo gruppo viene presentato il caffè con il nome "Caffè Mokissimo". Per tutti i soggetti è stato misurato l'atteggiamento verso la marca di caffè. Per verificare la rilevanza di tale misura, ad ogni soggetto è stato anche chiesto se intendeva comprare il caffè appena presentato.

Esempio

Lo scopo della ricerca è verificare se un cambio di nome modifichi l'atteggiamento dei consumatori verso la marca di caffè. La ricerca intende anche verificare eventuali differenze tra consumatori (uomini) e consumatrici (donne).

Tavola di contingenza sesso * nome

Conteggio		nome			Totale
		.00 Originale	1.00 Moko	2.00 Mokissimo	
sesso	.00 Donne	43	35	27	105
	1.00 Uomini	25	39	31	95
Totale		68	74	58	200

Statistiche descrittive

	N	Minimo	Massimo	Media	Deviazione std.
atteggiamento	200	.00	12.30	4.8042	2.52531
Validi (listwise)	200				

Anova

Test degli effetti fra soggetti

Variabile dipendente: atteggiamento

Sorgente	Somma dei quadrati Tipo III	df	Media dei quadrati	F	Sig.	Eta quadrato parziale
Modello corretto	411.305 ^a	5	82.261	18.605	.000	.324
Intercetta	4744.528	1	4744.528	1073.077	.000	.847
nome	5.375	2	2.688	.608	.546	.006
sexso	116.623	1	116.623	26.377	.000	.120
nome * sesso	300.852	2	150.426	34.022	.000	.260
Errore	857.756	194	4.421			
Totale	5885.196	200				
Totale corretto	1269.061	199				

a. R quadrato = .324 (R quadrato corretto = .307)

Grafico delle medie

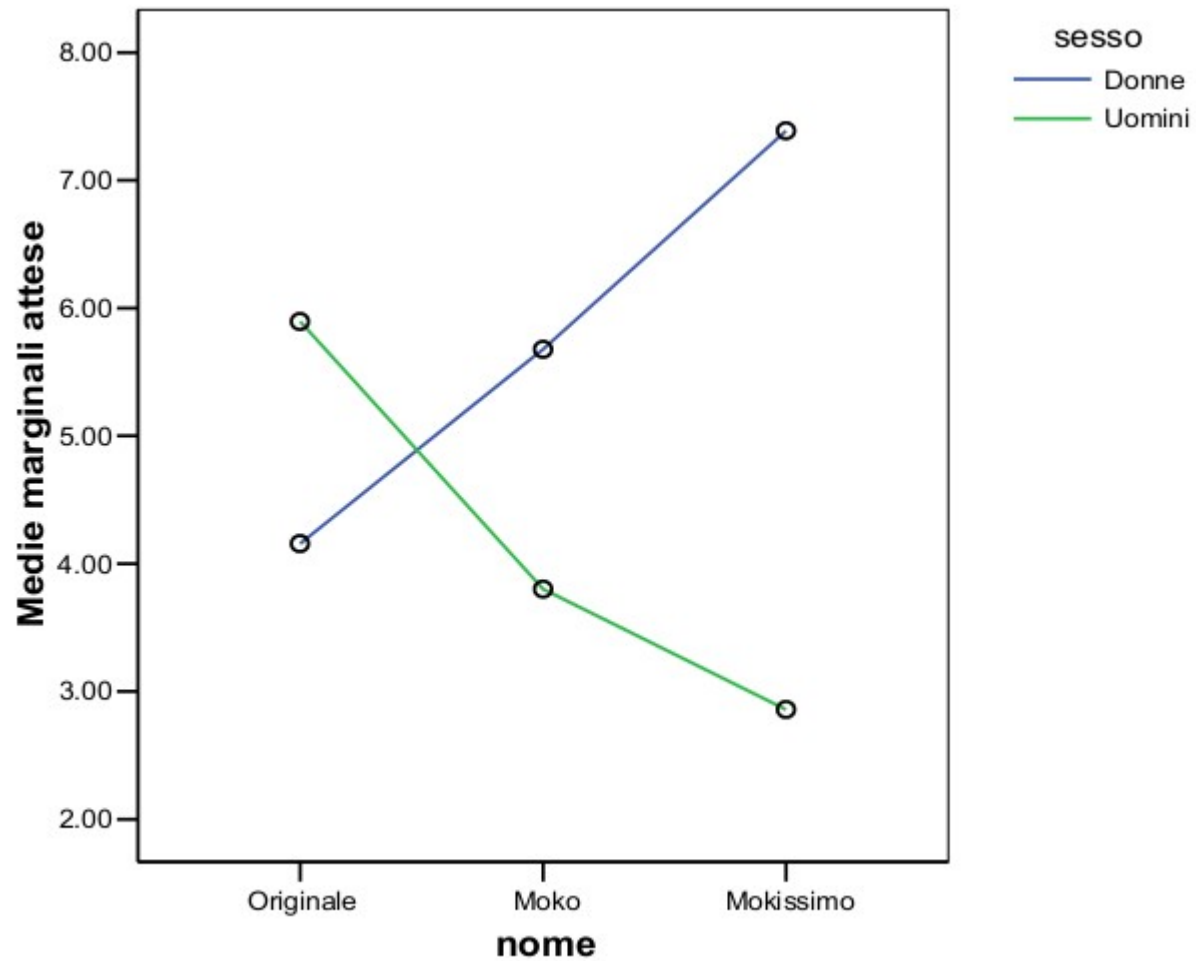


Grafico delle medie

- Il grafico delle medie informa sulla direzione di tutti gli effetti (principali e di interazione)

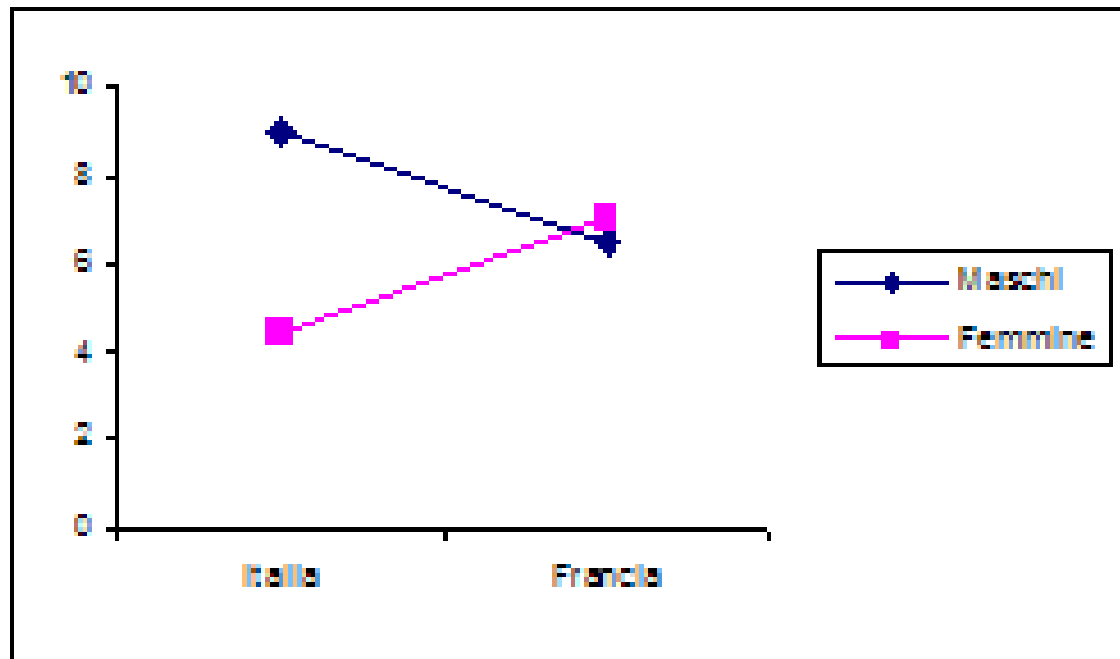


Grafico delle medie

- Effetto principale di Genere

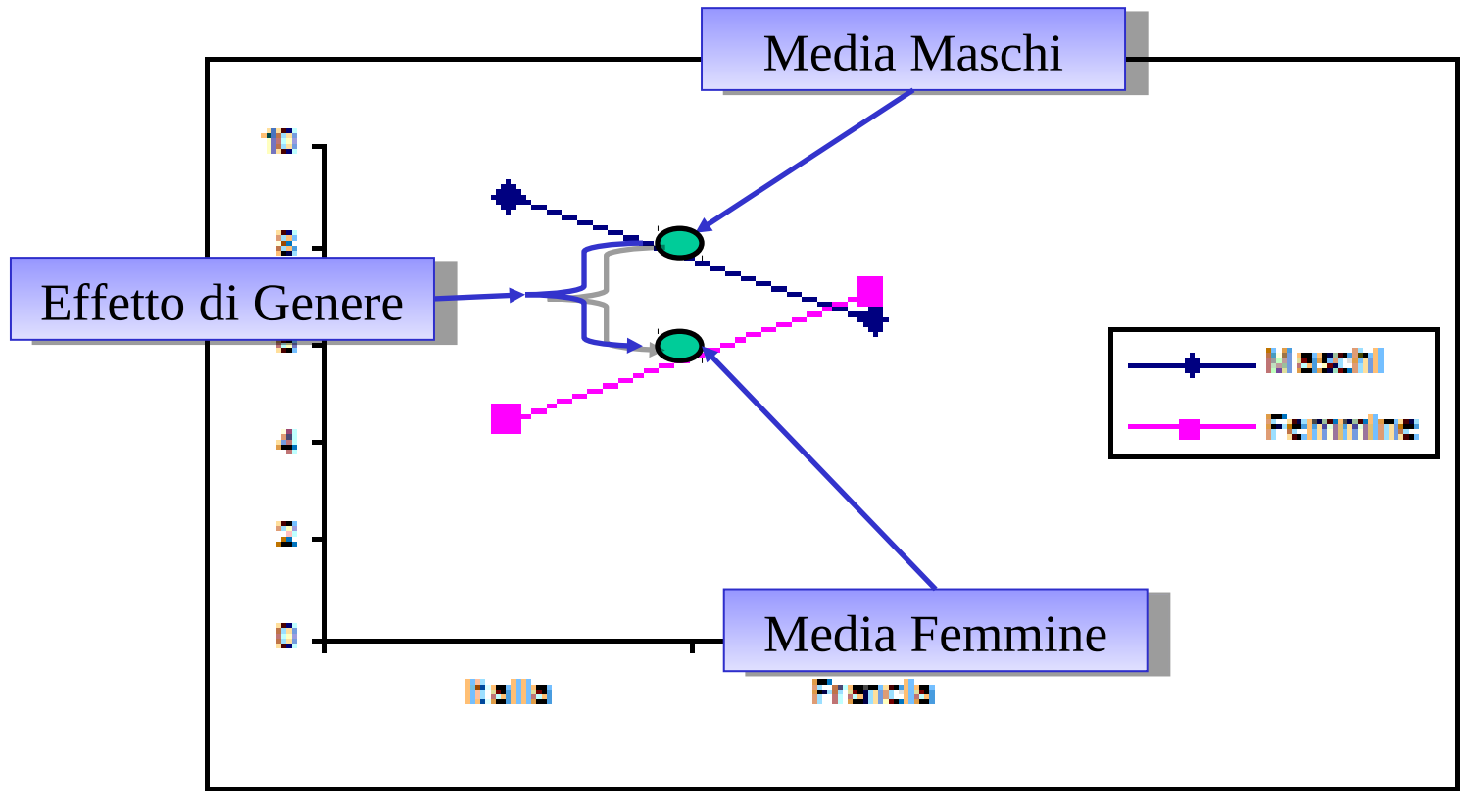


Grafico delle medie

- Effetto principale di Nazione

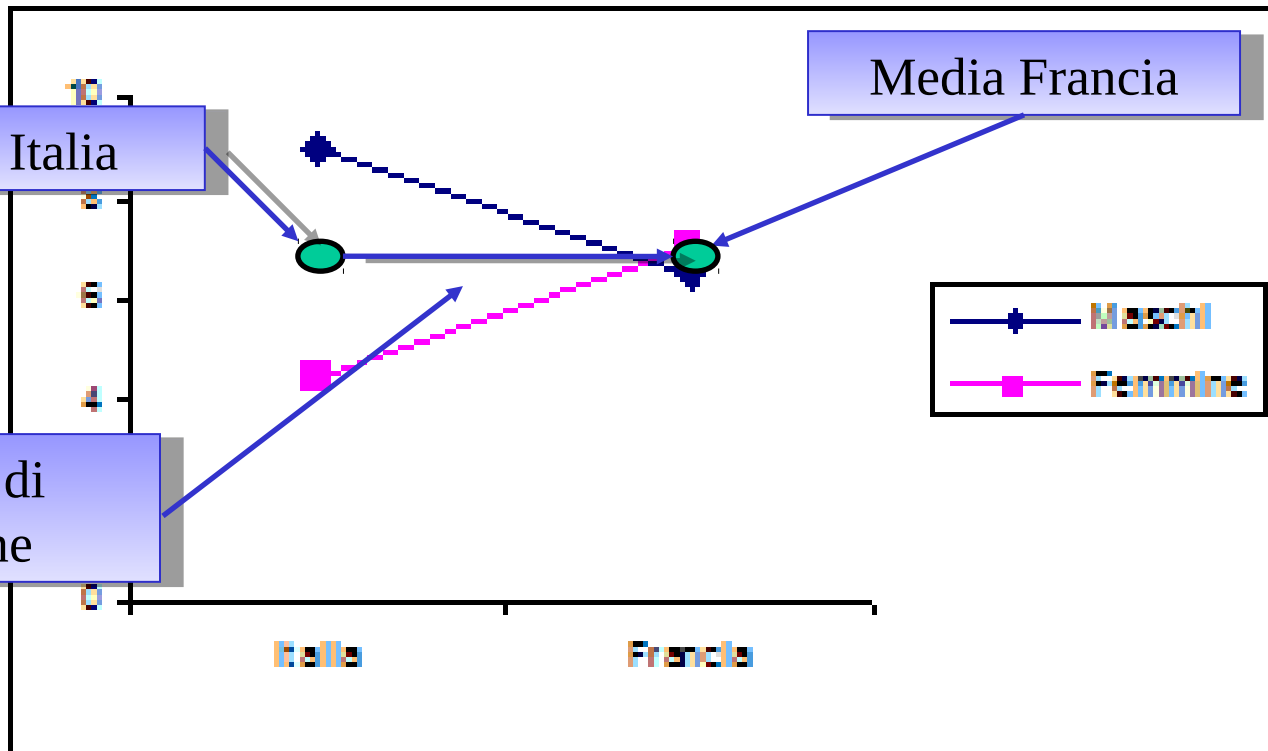


Grafico delle medie

- Effetto interazione

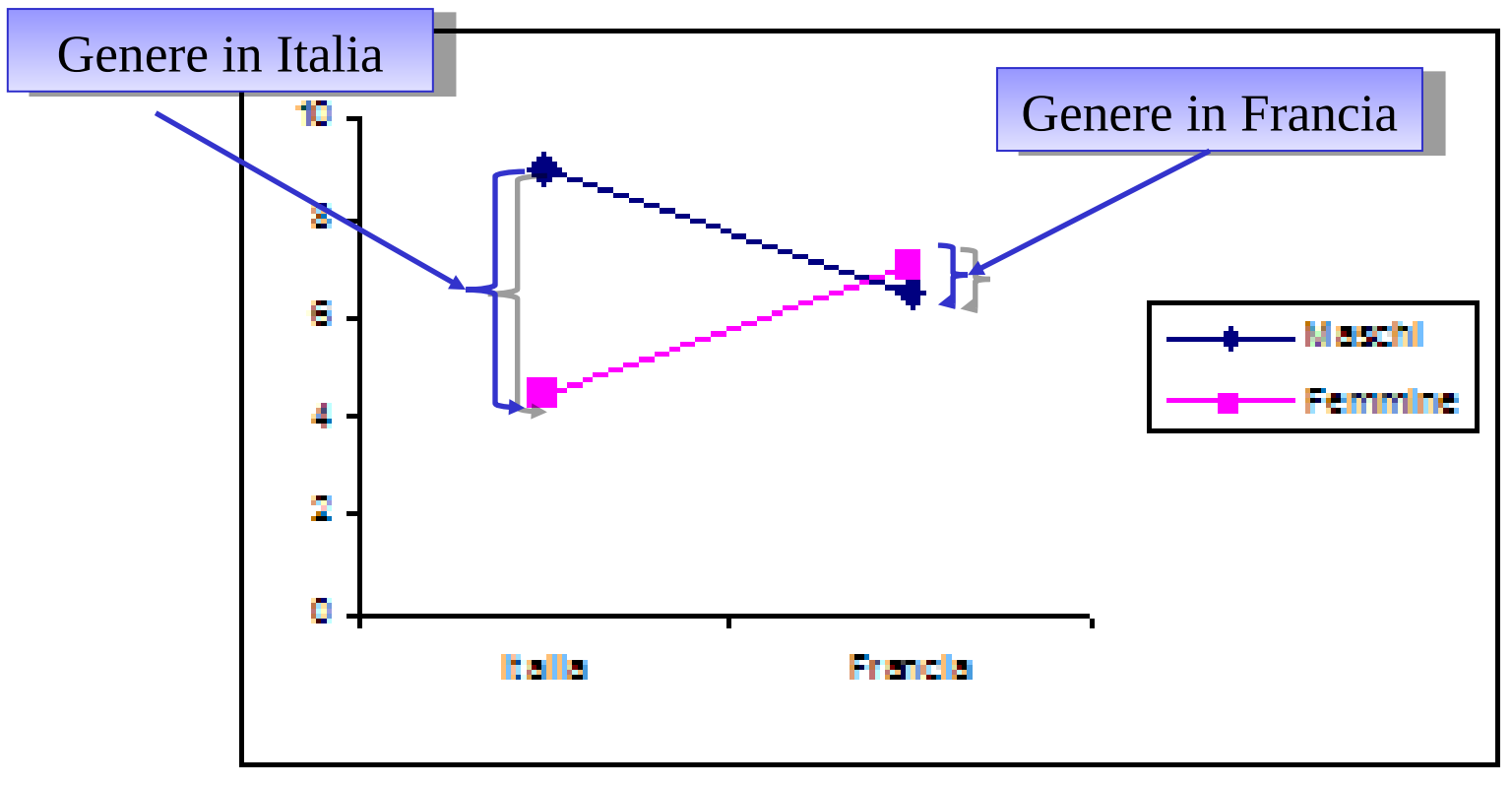


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?

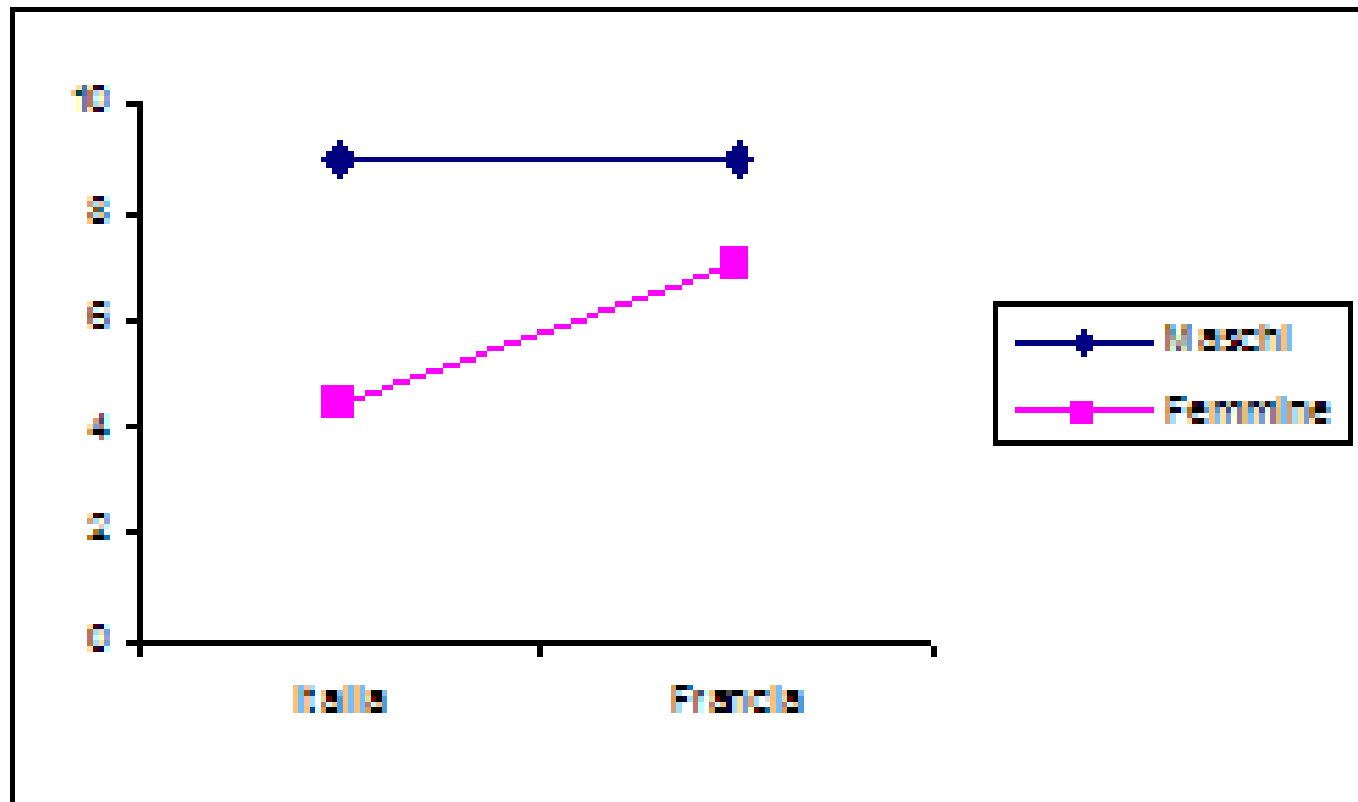


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?

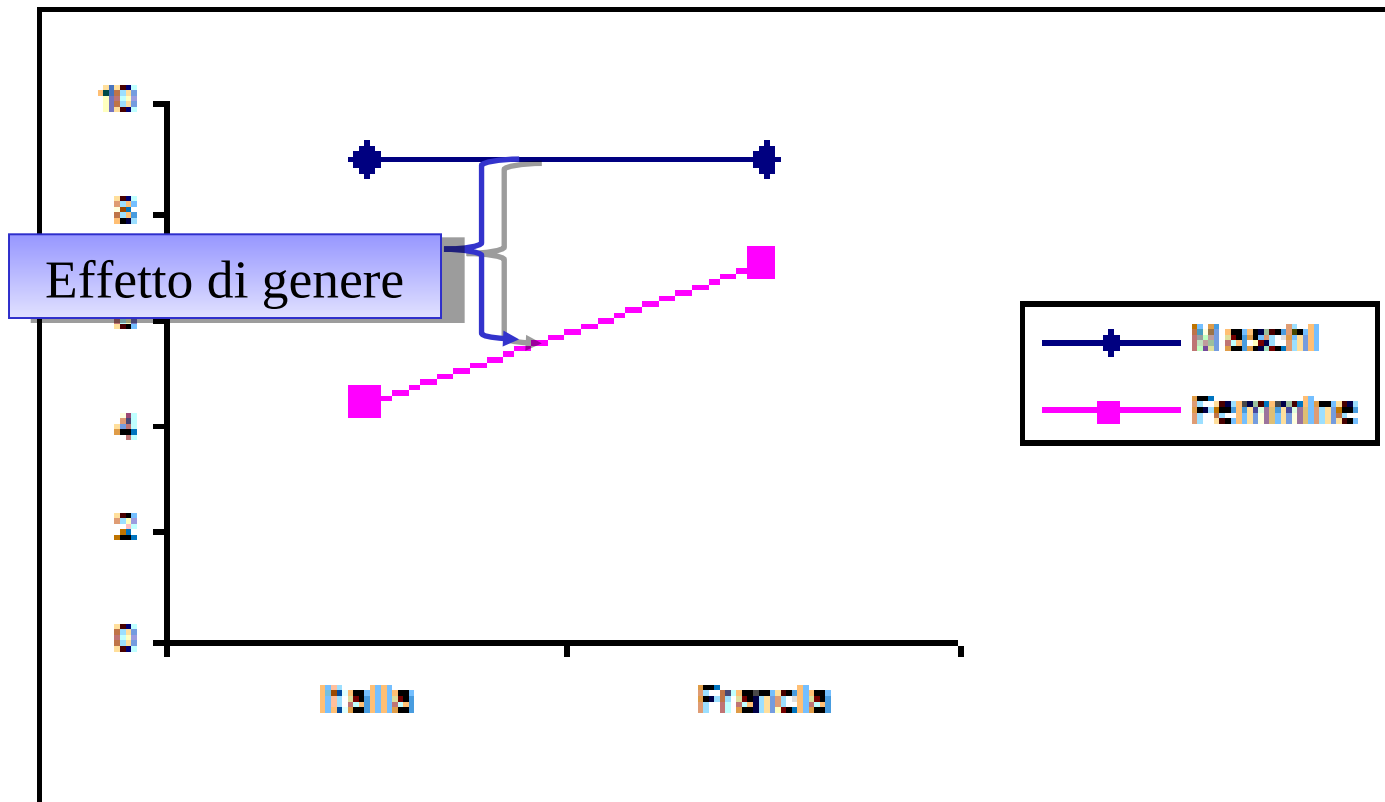


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?

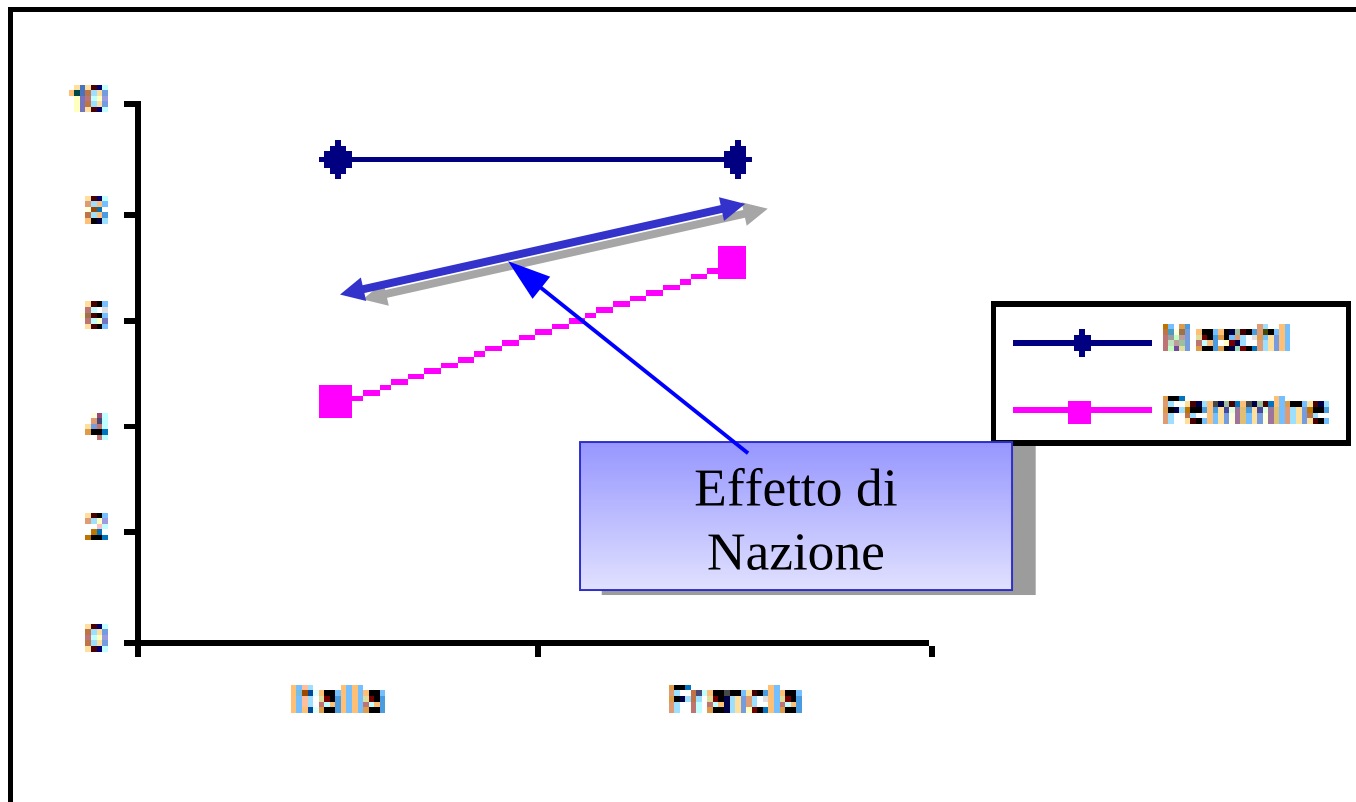


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?

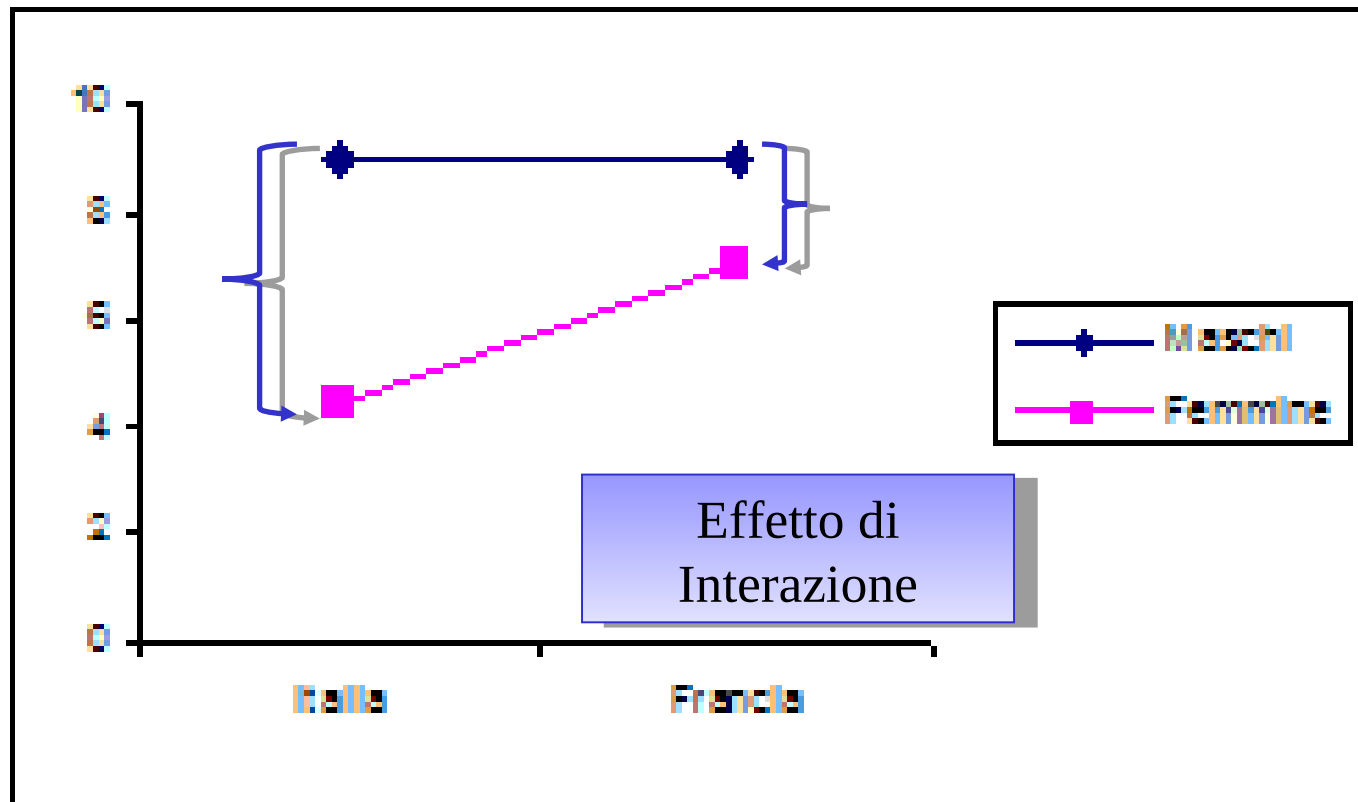


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?

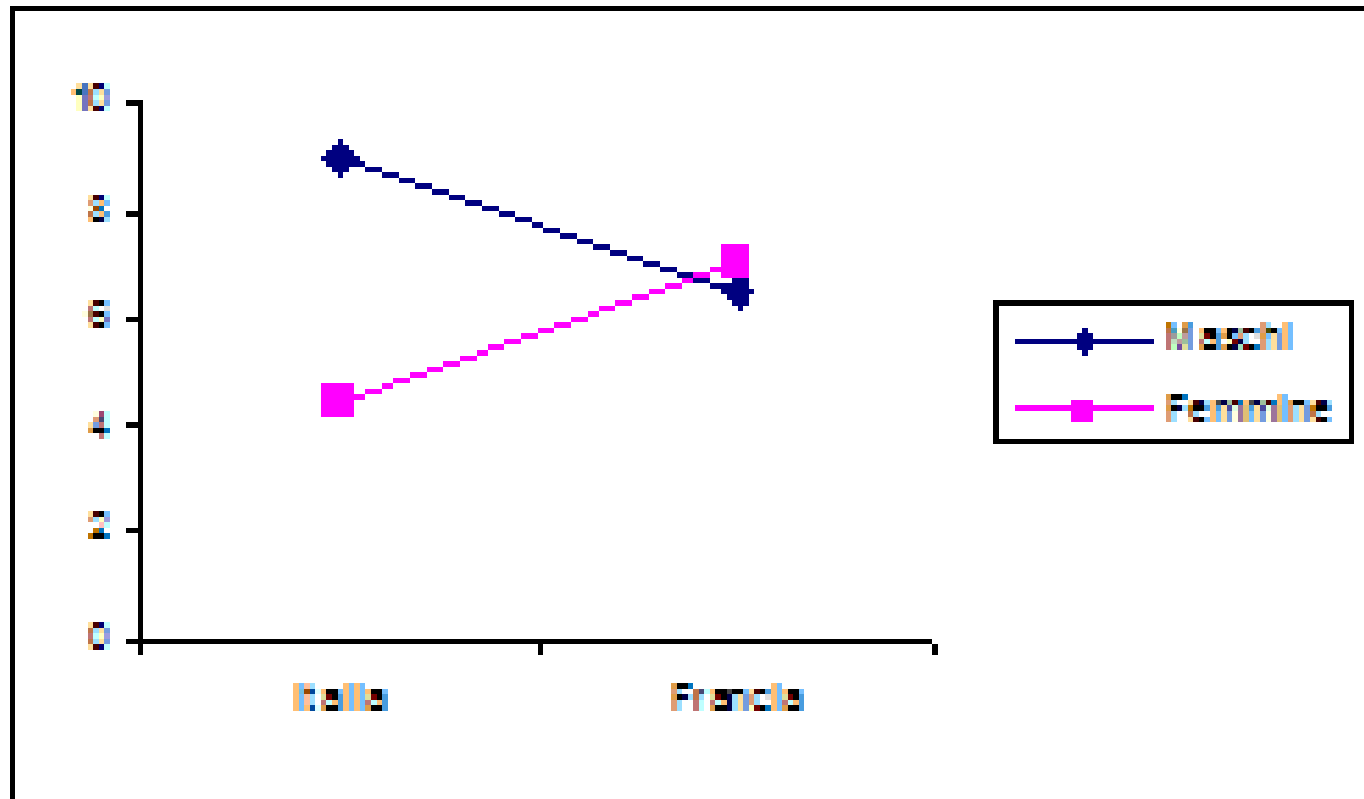


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?

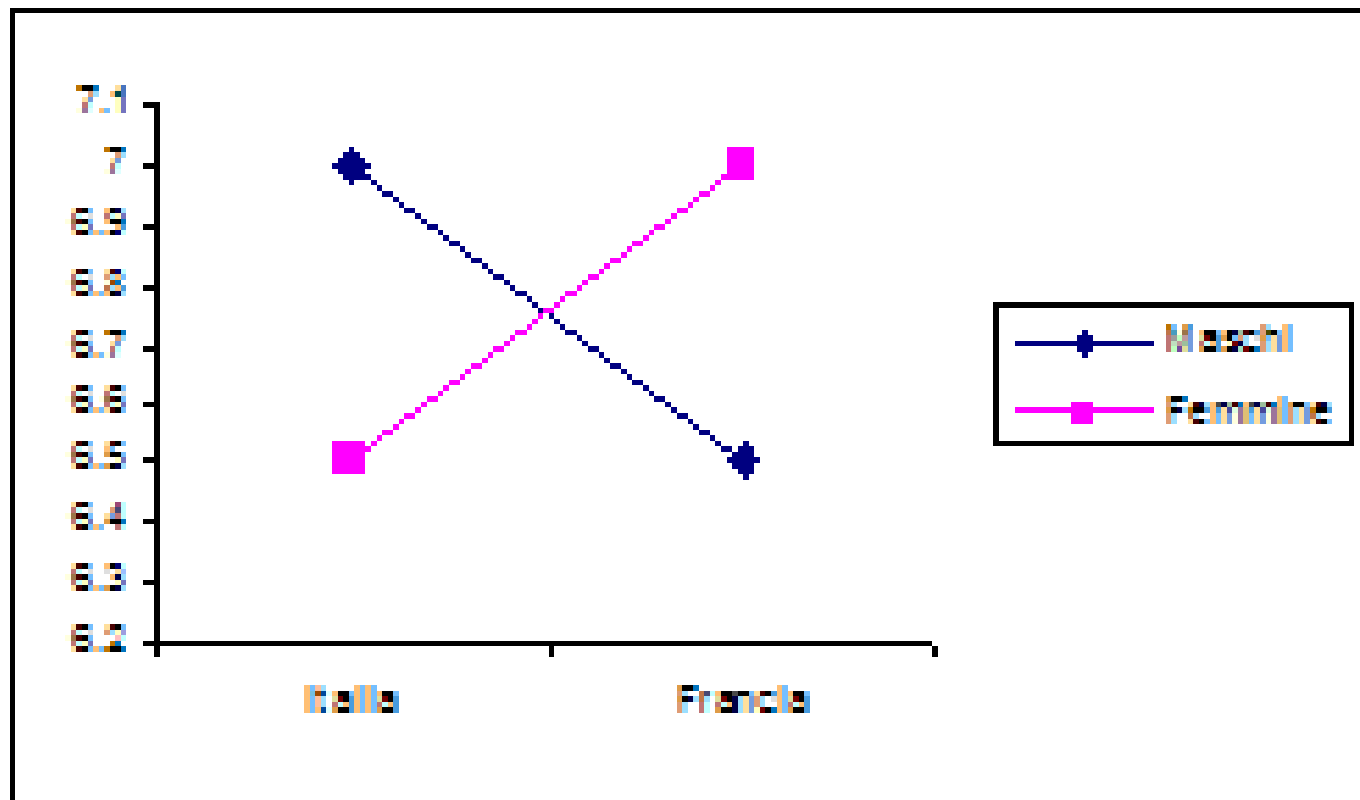
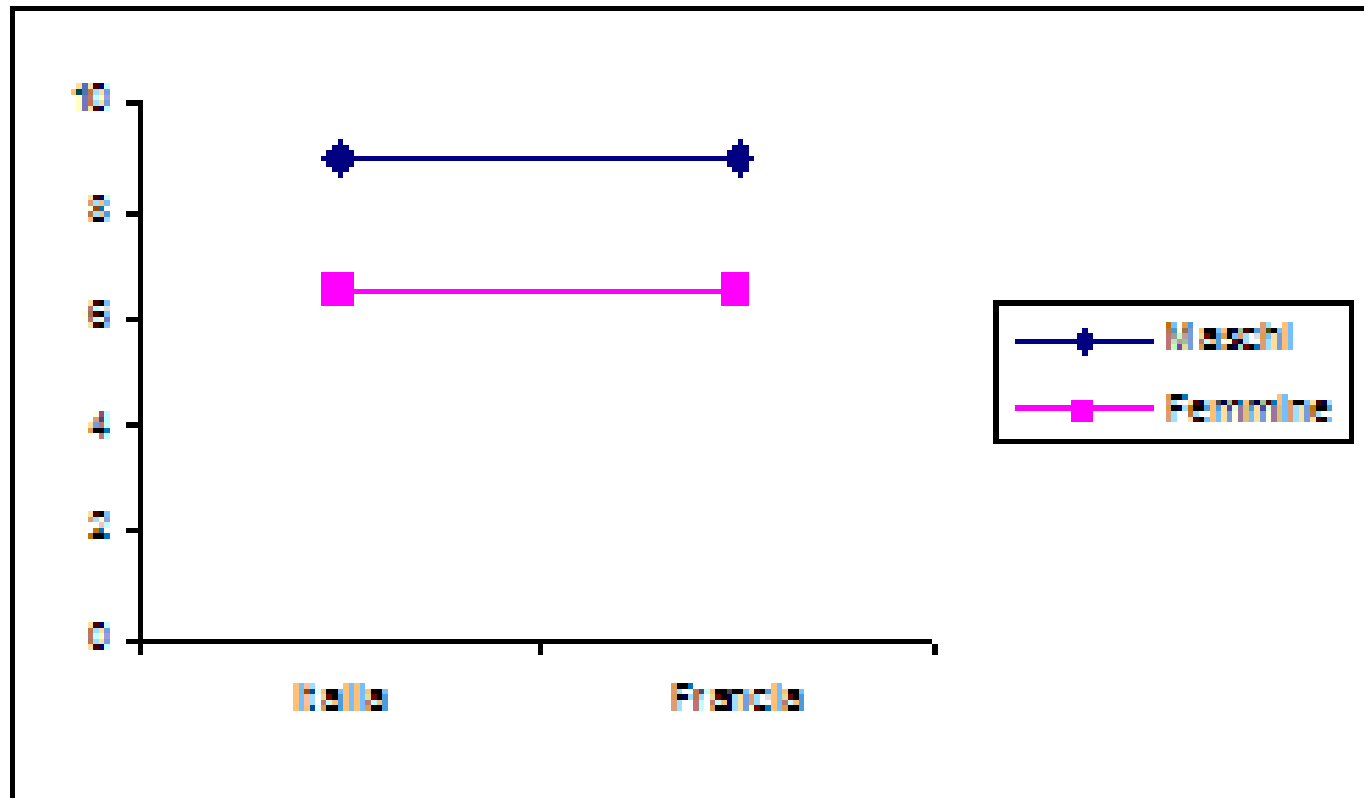


Grafico delle medie

- Che effetti abbiamo?



Interazioni di più alto grado

- ◆ E' possibile analizzare disegni con più di due variabili indipendenti
- ◆ Ad esempio $2 \times 2 \times 2$
- ◆ In ogni disegno possiamo stimare gli effetti principali, le interazioni a 2, le interazioni a 3, etc.

L'interazione a 3 vie indica che l'interazione a 2 vie cambia al variare dei valori del moderatore

Esempio

- ◆ Uno studio cross-nazionale ha misurato la valutazione di un servizio da parte degli utenti in base al genere (maschi vs femmine) e titolo di studio (laureati vs non laureati).
- ◆ Lo studio si è svolto in tre nazioni (Francia, Germania, Italia)

Disegno 2 genere X 2 titolo x 3 nazione

Esempio

Disegno 2 genere X 2 titolo x 3 nazione

- ◆ Tre effetti principali (G, T, N)
- ◆ Tre interazioni a due (G*T, G*N, T*N)
- ◆ Una interazione a tre (G*T*N)

Esempio

Disegno 2 genere X 2 titolo x 3 nazione

Tavola di contingenza genere * titolo^a

Conteggio

		titolo		Totale
		Diplomato	Laureato	
genere	Maschi	12	12	24
	Femmine	12	12	24
Totale		24	24	48

a. nazione = Francia

Tavola di contingenza genere * titolo^a

Conteggio

		titolo		Totale
		Diplomato	Laureato	
genere	Maschi	12	12	24
	Femmine	12	12	24
Totale		24	24	48

a. nazione = Germania

Tavola di contingenza genere * titolo^a

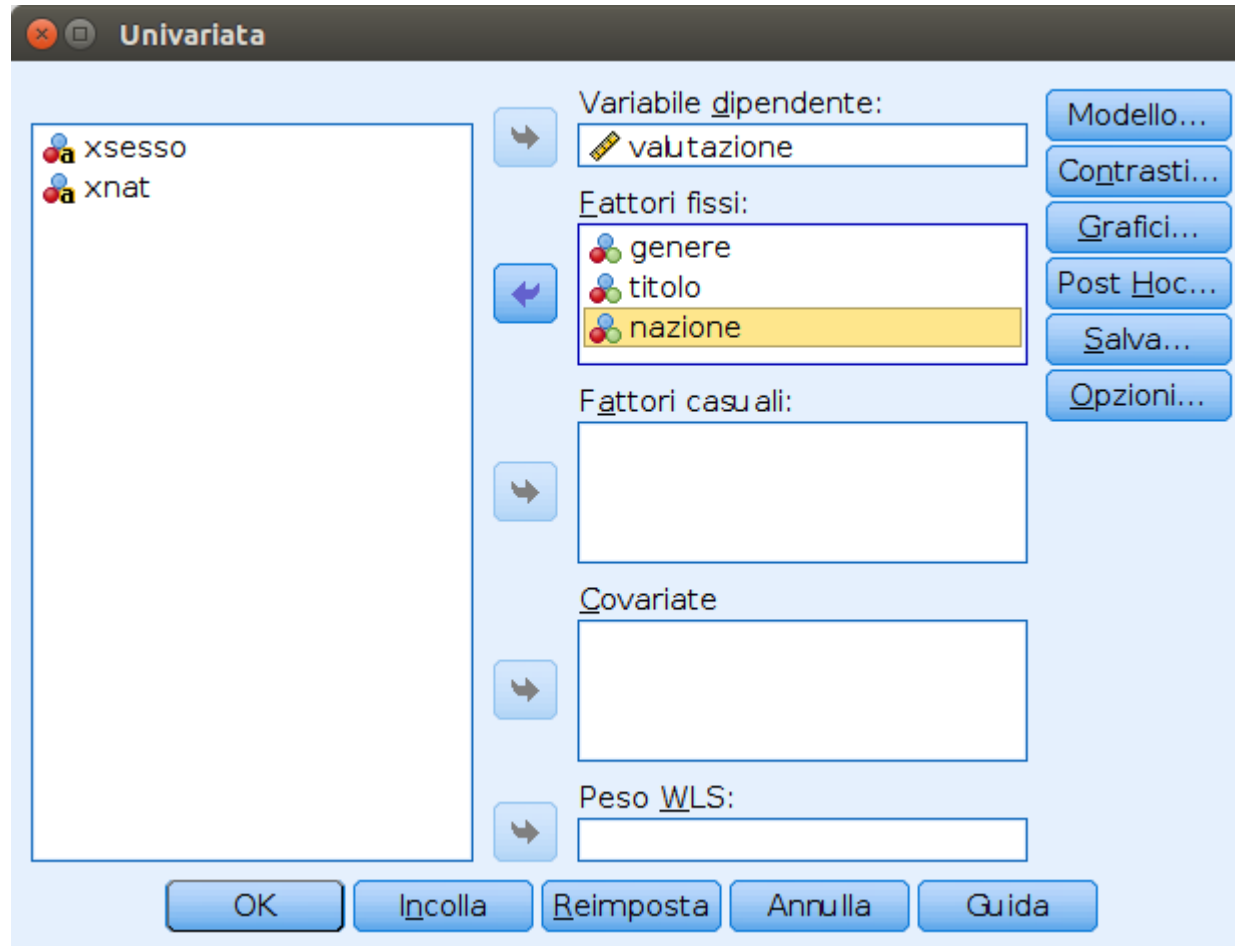
Conteggio

		titolo		Totale
		Diplomato	Laureato	
genere	Maschi	12	12	24
	Femmine	12	12	24
Totale		24	24	48

a. nazione = Italia

Esempio

Disegno 2 genere X 2 titolo x 3 nazione



Esempio

Disegno 2 genere X 2 titolo x 3 nazione



Un grafico genere*titolo per ogni nazione

Interazione a 3 vie

Test di effetti tra soggetti

Variabile dipendente: valutazione

Origine	Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.
Modello corretto	380.833 ^a	11	34.621	17.2	.000
Intercetta	2304.000	1	2304.000	1....	.000
genere	12.250	1	12.250	6.08	.015
titolo	186.778	1	186.778	92.6	.000
nazione	56.292	2	28.146	14.0	.000
genere * titolo	.250	1	.250	.124	.725
genere * nazione	55.792	2	27.896	13.8	.000
titolo * nazione	31.681	2	15.840	7.86	.001
genere * titolo * nazione	37.792	2	18.896	9.37	.000
Errore	266.167	132	2.016		
Totale	2951.000	144			
Totale corretto	647.000	143			

a. R-quadrato = .589 (R-quadrato adattato = .554)

L'interazione genere*titolo cambia da nazione a nazione

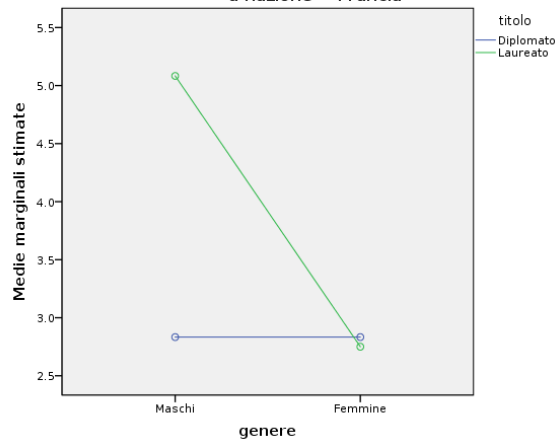
Interpretazione

◆ Possiamo interpretare le tre interazioni come differenti da nazione a

nazioni

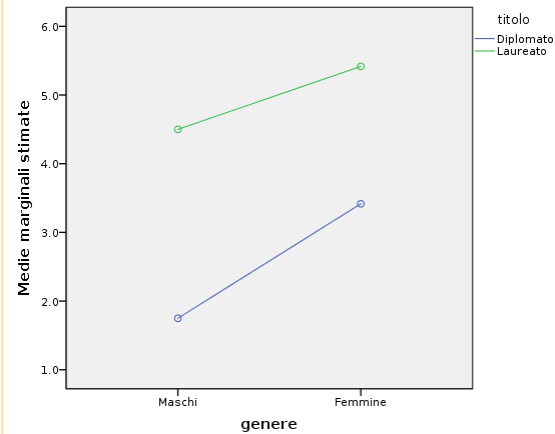
Francia

Medie marginali stimate di valutazione
a nazione = Francia



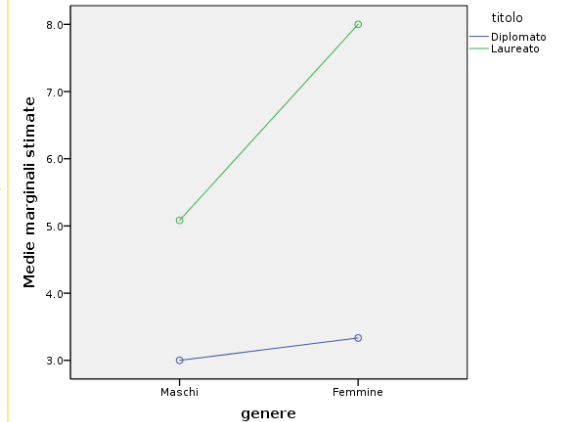
Germania

Medie marginali stimate di valutazione
a nazione = Germania



Italia

Medie marginali stimate di valutazione
a nazione = Italia



Fine

Fine della Lezione V

