

RICHIAMI di MATEMATICA
ESERCIZI: proprietà delle potenze

1. Si riscriva ogni espressione letterale in modo che contenga solo esponenti positivi e la si semplifichi.

a) $c^{-1/2} \cdot c^{5/2}$;

b) $(x^{-3/4})^{-8/3}$;

c) $(125x^{-18})^{-4/3}$;

d) $\left(\frac{32}{x^{-5}}\right)^{-2/5}$;

e) $\frac{(xy)^{-1}}{x^{-1} + y^{-1}}$;

f) $(-3y^2)^2$;

g) $(2x^{1/3}y^{3/2})^6$;

h) $\left(\frac{125x^{-9}y^{-12}}{8z^{-15}}\right)^{2/3}$.

Risposte.

a) c^2 ; b) x^2 ; c) $\frac{x^{24}}{625}$; d) $\frac{1}{4x^2}$; e) $\frac{1}{x+y}$; f) $9y^4$; g) $64x^2y^9$; h) $\frac{25z^{10}}{4x^6y^8}$.

2. Dire se le espressioni hanno significato, e se sì semplificarle usando solo potenze.

a) $\sqrt{2}\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$;

b) 0^1 ;

c) $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}}$;

d) $(-1)^0$;

e) $(-3)^{\sqrt{2}}$;

f) $\sqrt{16}$;

g) $\sqrt[5]{(-3)^{-1}}$;

h) $\sqrt[4]{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$;

i) 0^0 ;

l) $\sqrt[3]{-8}$.

Risposte

a) Sì: $2^{1/6}$; b) sì: 0; c) sì: $2^{\sqrt{3}/2}$; d) sì: 1; e) non ha significato; f) sì: 2^2 ;

g) sì: $-(3^{-1/5})$; h) sì: $3^{3/4} \cdot 2^{-1/2}$; i) non ha significato; l) sì: -2 .

3. Vero o falso?

a) $2^{2/3} + 3^{2/3} = 5^{2/3}$;

b) $(\frac{1}{2})^{-1/2} = \sqrt{2}$;

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}$;

d) $x^{4/3} \cdot y^{5/3} = xy\sqrt[3]{xy^2}$;

e) $(x^{1/2})^{1/3} = \sqrt[6]{\frac{1}{x^{-1}}}$, $x \neq 0$;

f) $a^x - a^y = a^{x/y}$;

g) $\sqrt{9} = \pm 3$;

h) $\sqrt{16} = |-4|$;

i) $\sqrt{-4} = -2$;

l) $2^{2/3} \cdot 3^{2/3} = 6^{2/3}$.

Risposte.

a)F; b)V; c)F; d)V; e)V; f)F; g)F; h)V; i)F; l)V.

4. Semplificare le espressioni.

a) $16^{-3/4}$;

b) $(\frac{27}{125})^{-1/3}$;

c) $(5^{-2/3}) \cdot (2^{4/3})^{-1/2}$;

d) $(3^{-1/3} \cdot 2^{-2/3})^{6/5} : 54^{1/5}$;

e) $\frac{\sqrt[3]{3^4}}{3}$;

f) $\frac{1}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$;

g) $\sqrt{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{3^3}$;

h) $(3\sqrt[3]{-3})^2$;

i) $\sqrt{8}\sqrt{2}$;

l) $\sqrt[4]{(-3)^{4/3}}$.

Risposte.

a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{5}{3}$; c) $\frac{\sqrt[3]{10}}{10}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $\sqrt[3]{3}$; f) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; g) $3\sqrt{3}$; h) $9\sqrt[3]{9}$; i) 4; l) $\sqrt[3]{3}$.

5. Scrivere i radicali usando solo potenze di a e di b .

a) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b}} \cdot \sqrt[3]{b^2}$;

b) $\sqrt[3]{a\sqrt{a}} : \sqrt[4]{a^2\sqrt[3]{a^2}}$;

c) $\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{b^3}} : \sqrt[4]{ab}$;

d) $\sqrt{a}\sqrt[3]{ab^2} : b$;

e) $\sqrt[15]{a^3b^5}$; f) $\sqrt{a\sqrt[4]{a^3}}$.

Risposte.

a) $a^{-2/3} \cdot b^{1/3}$; b) $a^{-1/6}$; c) $a^{5/12}$; d) $a^{5/6}b^{-1/3}$; e) $a^{1/5}b^{1/3}$; f) $a^{7/8}$.

6. Supponendo a e b numeri reali e n numero intero positivo, stabilire se le seguenti proposizioni sono vere o false.

a) Se $a \neq 0$, allora $a^{2n} - a^n = a^{-n}(a^{3n} - a^{2n}), \forall n$.

b) Se $a \neq 0$, allora $\left(-\frac{1}{a}\right)^{-2n} = -a^{2n}, \forall n$.

c) Se $a < b$, con $a \cdot b \neq 0$, allora $a^{-1} < b^{-1}$.

d) Se $a < b$, con $a \cdot b \neq 0$, allora $b^{-1} < a^{-1}$.

e) Se $a \cdot b \neq 0$, allora $a^0 \cdot b^0 = (a \cdot b)^0$.

f) Se $a \neq 0$, allora $[(a^{-n})^{-2n}]^2 = a^{2n^4}, \forall n$.

g) $[(-a^n)^n]^{2n} = a^{2n^3}, \forall a, \forall n$.

h) $(n^2 - n)^{2/3} = n^{4/3}(1 - n^{-1})^{2/3}, \forall n$.

i) Se $0 < a < 1$, allora $\sqrt{a} > a$.

l) Se $a > 1$, allora $\sqrt{a} < a$.

m) Se $a^2 < b^2$, allora $a < b$.

n) $a^2 < b^2 \Leftrightarrow |a| < |b|$.

Risposte.

- a) V ; b) F; c) F; d) F; e) V; f) F; g) V; h) V; i) V ; l) V ; m) F ;
n) V.